DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe UtnV11

Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionspaare Schnittpunkte haben. Falls sie existieren, berechnen Sie deren Koordinaten. Sofern zwei Schnittpunkte vorliegen, bestimmen Sie zusätzlich die Geradengleichung der Verbindungsstrecke zwischen diesen beiden Punkten.

a) $f_1(x) = -2x^2 + 3x + 5, \quad f_2(x) = 2x^2 - 3x + 1$

$$\begin{aligned} f_1(x) &= f_2(x) \\ -2x^2 + 3x + 5 &= 2x^2 - 3x + 1 && | +2x^2 - 3x - 5 \\ 0 &= 4x^2 - 6x - 4 && | :4 \\ 0 &= x^2 - 1.5x - 1 \\ x_{1/2} &= 0.75 \pm \sqrt{0.75^2 + 1} \\ x_1 &= 2 \quad \vee \quad x_2 = -0.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(2) &= 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = 3 \\ f_2(-0.5) &= 2 \cdot (-0.5)^2 - 3 \cdot (-0.5) + 1 = 3 \\ &\Rightarrow P_1(2 \mid 3),\ P_2(-0.5 \mid 3) \end{aligned}$$

Die Parabeln haben zwei Schnittpunkte.

Geradengleichung durch die beiden Schnittpunkte:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 3}{-0.5 - 2} = \frac{0}{-2.5} = 0$$

$$\begin{aligned} g(2) &= 3 \\ 0 \cdot 2 + b &= 3 \\ b &= 3 \\ \Rightarrow g(x) &= 3 \end{aligned}$$

b) $f_1(x) = -x^2 - 3x + 7, \quad f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8$

$$\begin{aligned} f_1(x) &= f_2(x) \\ -x^2 - 3x + 7 &= 0.5x^2 - 4x + 8 && | +x^2 + 3x - 7 \\ 0 &= 1.5x^2 - x + 1 && | :1.5 \\ 0 &= x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \\ x_{1/2} &= \frac{1}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{2}{3}} \\ &= \frac{1}{3} \pm \sqrt{-\frac{5}{9}} \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. ⇒ keine Schnittpunkte

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $f_1(x) = 0.5x^2 - 3x + 9, \quad f_2(x) = 0.5x^2 + x - 1$

$$\begin{aligned} f_1(x) &= f_2(x) \\ 0.5x^2 - 3x + 9 &= 0.5x^2 + x - 1 && | -0.5x^2 - x - 9 \\ -4x &= -10 && | :(-4) \\ x &= 2.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1(2.5) &= 0.5 \cdot 2.5^2 - 3 \cdot 2.5 + 9 = 4.625 \\ &\Rightarrow P(2.5 \mid 4.625) \end{aligned}$$

Die Parabeln haben genau einen Schnittpunkt.

d) $f_1(x) = 2x^2 - 7x + 9, \quad f_2(x) = x^2 - 3x - 3$

$$\begin{aligned} f_1(x) &= f_2(x) \\ 2x^2 - 7x + 9 &= x^2 - 3x - 3 && | -2x^2 + 7x - 9 \\ 0 &= -x^2 + 4x - 12 && | :(-1) \\ 0 &= x^2 - 4x + 12 \\ x_{1/2} &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 12} \\ &= 2 \pm \sqrt{-8} \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. $\Rightarrow$ keine Schnittpunkte

e) $f_1(x) = -x^2 + 3x - 2, \quad f_2(x) = x^2 + 3x - 4$

$$\begin{aligned} f_1(x) &= f_2(x) \\ -x^2 + 3x - 2 &= x^2 + 3x - 4 && | -x^2 - 3x + 2 \\ -2x^2 &= -2 && | :(-2) \\ x^2 &= 1 && | \sqrt{} \\ x_1 = 1 \quad &\vee \quad x_2 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(1) &= 1^2 + 3 \cdot 1 - 4 = 0 \\ f_2(-1) &= (-1)^2 + 3 \cdot (-1) - 4 = -6 \\ &\Rightarrow P_1(1 \mid 0),\ P_2(-1 \mid -6) \end{aligned}$$

Die Parabeln haben zwei Schnittpunkte.

Geradengleichung durch die beiden Schnittpunkte:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 0}{-1 - 1} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\begin{aligned} g(1) &= 0 \\ 3 \cdot 1 + b &= 0 && | -3 \\ b &= -3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow g(x) = 3x - 3$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) $f_1(x) = -2x^2 + 6x + 2, \quad f_2(x) = x^2 - 6x - 34$

$$\begin{aligned} f_1(x) &= f_2(x) \\ -2x^2 + 6x + 2 &= x^2 - 6x - 34 && | +2x^2 - 6x - 2 \\ 0 &= 3x^2 - 12x - 36 && | :3 \\ 0 &= x^2 - 4x - 12 \\ x_{1/2} &= 2 \pm \sqrt{2^2 + 12} \\ x_1 &= 6 \quad \vee \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(6) &= 6^2 - 6 \cdot 6 - 34 = -34 \\ f_2(-2) &= (-2)^2 - 6 \cdot (-2) - 34 = -18 \\ &\Rightarrow P_1(6 \mid -34),\ P_2(-2 \mid -18) \end{aligned}$$

Die Parabeln haben zwei Schnittpunkte.

Geradengleichung durch die beiden Schnittpunkte:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-18 - (-34)}{-2 - 6} = \frac{16}{-8} = -2$$

$$\begin{aligned} g(6) &= -34 \\ -2 \cdot 6 + b &= -34 && | +12 \\ b &= -22 \\ \Rightarrow g(x) &= -2x - 22 \end{aligned}$$

g) $f_1(x) = x^2 - 3x + 2, \quad f_2(x) = (x-3)^2$

$$\begin{aligned} f_1(x) &= f_2(x) \\ x^2 - 3x + 2 &= (x-3)^2 \\ x^2 - 3x + 2 &= x^2 - 6x + 9 && | -x^2 + 6x - 2 \\ 3x &= 7 && | :3 \\ x &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2\left(\frac{7}{3}\right) &= \left(\frac{7}{3} - 3\right)^2 = \frac{4}{9} \\ &\Rightarrow P\left(\frac{7}{3} \mid \frac{4}{9}\right) \end{aligned}$$

Die Parabeln haben genau einen Schnittpunkt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

h) $f_1(x) = -x^2 + 3x, \quad f_2(x) = -(x-2)^2 + 3$

$$\begin{aligned}
f_1(x) &= f_2(x) \\
-x^2 + 3x &= -(x-2)^2 + 3 \\
-x^2 + 3x &= -(x^2 - 4x + 4) + 3 \\
-x^2 + 3x &= -x^2 + 4x - 4 + 3 \\
-x^2 + 3x &= -x^2 + 4x - 1 && | +x^2 - 4x \\
-x &= -1 && | :(-1) \\
x &= 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_1(1) &= -1^2 + 3 \cdot 1 = 2 \\
&\Rightarrow P(1 \mid 2)
\end{aligned}$$

Die Parabeln haben genau einen Schnittpunkt.

i) $f_1(x) = x^2 - 2, \quad f_2(x) = -x^2 + 2$

$$\begin{aligned}
f_1(x) &= f_2(x) \\
x^2 - 2 &= -x^2 + 2 && | +x^2 + 2 \\
2x^2 &= 4 && | :2 \\
x^2 &= 2 && | \sqrt{} \\
x_1 &= \sqrt{2} \approx 1.414 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{2} \approx -1.414
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_1(\sqrt{2}) &= (\sqrt{2})^2 - 2 = 0 \\
f_1(-\sqrt{2}) &= (-\sqrt{2})^2 - 2 = 0 \\
&\Rightarrow P_1(\sqrt{2} \mid 0),\ P_2(-\sqrt{2} \mid 0)
\end{aligned}$$

Die Parabeln haben zwei Schnittpunkte.

Geradengleichung durch die beiden Schnittpunkte:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 0}{-\sqrt{2} - \sqrt{2}} = 0$$

$$\begin{aligned}
g(\sqrt{2}) &= 0 \\
0 \cdot \sqrt{2} + b &= 0 \\
b &= 0 \\
\Rightarrow g(x) &= 0
\end{aligned}$$

Die Verbindungsgerade ist die x-Achse.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**