# DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe UFyzBd

Bestimmen Sie die Extremstellen der folgenden Funktionen.

**a)** $f(x) = 0.2x^3 - 0.6x^2 - 1.8x + 2.1$

$$f'(x) = 0.6x^2 - 1.2x - 1.8$$
$$f''(x) = 1.2x - 1.2$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.6x^2 - 1.2x - 1.8 \quad | :0.6 \\ &= x^2 - 2x - 3 \\ x_{1/2} &= 1 \pm \sqrt{1^2 + 3} \\ x_1 = 3 \quad &\vee \quad x_2 = -1 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f''(3) &= 1.2 \cdot 3 - 1.2 = 2.4 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \\ f''(-1) &= 1.2 \cdot (-1) - 1.2 = -2.4 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \end{aligned}$$

**b)** $f(x) = -0.2x^3 - 0.6x^2 + 4.8x - 1$

$$f'(x) = -0.6x^2 - 1.2x + 4.8$$
$$f''(x) = -1.2x - 1.2$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.6x^2 - 1.2x + 4.8 \quad | :(-0.6) \\ &= x^2 + 2x - 8 \\ x_{1/2} &= -1 \pm \sqrt{(-1)^2 + 8} \\ x_1 = 2 \quad &\vee \quad x_2 = -4 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f''(2) &= -1.2 \cdot 2 - 1.2 = -3.6 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \\ f''(-4) &= -1.2 \cdot (-4) - 1.2 = 3.6 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**c)** $f(x) = 0.3x^4 - 0.4x^3 - 3.6x^2 + 0.5$

$$f'(x) = 1.2x^3 - 1.2x^2 - 7.2x$$
$$f''(x) = 3.6x^2 - 2.4x - 7.2$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 1.2x^3 - 1.2x^2 - 7.2x \\ &= x(1.2x^2 - 1.2x - 7.2) \quad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 1.2x^2 - 1.2x - 7.2 \quad | \, :1.2 \\ &= x^2 - x - 6 \\ x_{2/3} &= 0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 6} \\ x_2 &= 3 \quad \vee \quad x_3 = -2 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f''(0) &= 3.6 \cdot 0^2 - 2.4 \cdot 0 - 7.2 = -7.2 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \\ f''(3) &= 3.6 \cdot 3^2 - 2.4 \cdot 3 - 7.2 = 18 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \\ f''(-2) &= 3.6 \cdot (-2)^2 - 2.4 \cdot (-2) - 7.2 = 12 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \end{aligned}$$

**d)** $f(x) = -0.075x^4 + 0.4x^3 + 0.15x^2 - 1.2x$

$$f'(x) = -0.3x^3 + 1.2x^2 + 0.3x - 1.2$$
$$f''(x) = -0.9x^2 + 2.4x + 0.3$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.3x^3 + 1.2x^2 + 0.3x - 1.2 \quad | \, :(-0.3) \\ &= x^3 - 4x^2 - x + 4 \quad | \, x_1 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -4 & -1 & 4 \\ 1 & & 1 & -3 & -4 \\ \hline & 1 & -3 & -4 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 3x - 4 \\ x_{2/3} &= 1.5 \pm \sqrt{1.5^2 + 4} \\ x_2 &= 4 \quad \vee \quad x_3 = -1 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f''(1) &= -0.9 \cdot 1^2 + 2.4 \cdot 1 + 0.3 = 1.8 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \\ f''(4) &= -0.9 \cdot 4^2 + 2.4 \cdot 4 + 0.3 = -4.5 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \\ f''(-1) &= -0.9 \cdot (-1)^2 + 2.4 \cdot (-1) + 0.3 = -3 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**e)** $f(x) = 0.15x^4 - 0.6x^3 + 2.4x - 3$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0.6x^3 - 1.8x^2 + 2.4 \\ f''(x) &= 1.8x^2 - 3.6x \\ f'''(x) &= 3.6x - 3.6 \end{aligned}$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.6x^3 - 1.8x^2 + 2.4 && | :0.6 \\ &= x^3 - 3x^2 + 4 && | \, x_1 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 0 & 4 \\ -1 & & -1 & 4 & -4 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 4x + 4 \\ x_{2/3} &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 4} \\ x_2 &= 2 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f''(-1) &= 1.8 \cdot (-1)^2 - 3.6 \cdot (-1) = 5.4 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \\ f''(2) &= 1.8 \cdot 2^2 - 3.6 \cdot 2 = 0 && \Rightarrow \text{keine Entscheidung} \\ f'''(2) &= 3.6 \cdot 2 - 3.6 = 3.6 \neq 0 && \Rightarrow \text{SP} \end{aligned}$$

Bei $x = 2$ liegt kein Extrempunkt, sondern ein Sattelpunkt vor. Die einzige Extremstelle ist $x = -1$.

**f)** $f(x) = -0.3x^3 + 2.25x^2 + 1.2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -0.9x^2 + 4.5x \\ f''(x) &= -1.8x + 4.5 \end{aligned}$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.9x^2 + 4.5x && | :(-0.9) \\ &= x^2 - 5x \\ &= x(x - 5) && | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x - 5 && | +5 \\ x_2 &= 5 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f''(0) &= -1.8 \cdot 0 + 4.5 = 4.5 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \\ f''(5) &= -1.8 \cdot 5 + 4.5 = -4.5 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**g)** $f(x) = 0.075x^4 - 0.6x^3 - 0.6x^2 + 7.2x$

$$f'(x) = 0.3x^3 - 1.8x^2 - 1.2x + 7.2$$
$$f''(x) = 0.9x^2 - 3.6x - 1.2$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.3x^3 - 1.8x^2 - 1.2x + 7.2 && | :0.3 \\ &= x^3 - 6x^2 - 4x + 24 && | \, x_1 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & -4 & 24 \\ 2 & & 2 & -8 & -24 \\ \hline & 1 & -4 & -12 & 0 \end{array}$$

$$0 = x^2 - 4x - 12$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{2^2 + 12}$$
$$x_2 = 6 \quad \vee \quad x_3 = -2$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$

$$f''(2) = 0.9 \cdot 2^2 - 3.6 \cdot 2 - 1.2 = -4.8 < 0 \qquad \Rightarrow \text{HP}$$
$$f''(6) = 0.9 \cdot 6^2 - 3.6 \cdot 6 - 1.2 = 9.6 > 0 \qquad \Rightarrow \text{TP}$$
$$f''(-2) = 0.9 \cdot (-2)^2 - 3.6 \cdot (-2) - 1.2 = 9.6 > 0 \qquad \Rightarrow \text{TP}$$

**h)** $f(x) = 0.225x^4 - 0.6x^3 - 7.2x^2 + 28.8x$

$$f'(x) = 0.9x^3 - 1.8x^2 - 14.4x + 28.8$$
$$f''(x) = 2.7x^2 - 3.6x - 14.4$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.9x^3 - 1.8x^2 - 14.4x + 28.8 && | :0.9 \\ &= x^3 - 2x^2 - 16x + 32 && | \, x_1 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -16 & 32 \\ 2 & & 2 & 0 & -32 \\ \hline & 1 & 0 & -16 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 16 && | +16 \\ x^2 &= 16 && | \sqrt{\phantom{x}} \end{aligned}$$
$$x_2 = 4 \quad \vee \quad x_3 = -4$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$

$$f''(2) = 2.7 \cdot 2^2 - 3.6 \cdot 2 - 14.4 = -10.8 < 0 \qquad \Rightarrow \text{HP}$$
$$f''(4) = 2.7 \cdot 4^2 - 3.6 \cdot 4 - 14.4 = 14.4 > 0 \qquad \Rightarrow \text{TP}$$
$$f''(-4) = 2.7 \cdot (-4)^2 - 3.6 \cdot (-4) - 14.4 = 43.2 > 0 \qquad \Rightarrow \text{TP}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**