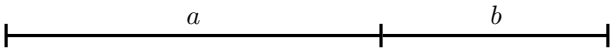
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe Se3PeY

Der Goldene Schnitt findet sich in der Natur, Kunst und Architektur wieder, etwa in der Anordnung von Blättern an Pflanzen, der Form von Schneckenhäusern oder den Proportionen des menschlichen Körpers. Er beschreibt eine besondere Teilung einer Strecke, bei der das Verhältnis der kleineren Teilstrecke zur größeren Teilstrecke dem Verhältnis der größeren Teilstrecke zur Gesamtstrecke entspricht.

In Worten:
Eine gegebene Strecke wird so in zwei Teile unterteilt, dass das Verhältnis der kleineren Teilstrecke b zur größeren Teilstrecke a dem Verhältnis der größeren Teilstrecke a zur Gesamtstrecke $a+b$ entspricht.

In bildlicher Darstellung:



Als Formel:

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{a+b}$$

a) Wie groß ist die kleinere Teilstrecke b, wenn die größere Teilstrecke a die Länge 1 hat?

Vorüberlegung: Wir wandeln die Bruchgleichung durch Umformung in eine quadratische Gleichung um.

$$\begin{aligned}
\frac{b}{a} &= \frac{a}{a+b} && \mid \cdot a \\
b &= \frac{a^2}{a+b} && \mid \cdot (a+b) \\
b \cdot (a+b) &= a^2 && \mid \text{Klammer auflösen} \\
ab + b^2 &= a^2 && \mid -ab - b^2 \\
0 &= a^2 - ab - b^2
\end{aligned}$$

Diese Gleichung nutzen wir nun für die Bearbeitung der Teilaufgaben. Mit $a = 1$:

$$\begin{aligned}
0 &= 1^2 - 1 \cdot b - b^2 \\
0 &= -b^2 - b + 1 && \mid :(-1) \\
0 &= b^2 + b - 1 \\
b_{1/2} &= -0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 1} \\
b_1 &\approx 0.618 \quad \vee \quad b_2 \approx -1.618
\end{aligned}$$

Da eine Länge nicht negativ sein kann, entfällt b_2. Wenn die größere Teilstrecke $a = 1$ ist, ist die kleinere Teilstrecke $b \approx 0.618$. Sie stehen also im Verhältnis $1 : 0.618$.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Wie groß ist die größere Teilstrecke a, wenn die kleinere Teilstrecke b die Länge 1 hat?

Mit $b = 1$:

$$\begin{aligned} 0 &= a^2 - a \cdot 1 - 1^2 \\ 0 &= a^2 - a - 1 \\ a_{1/2} &= 0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 1} \\ a_1 \approx 1.618 \quad &\vee \quad a_2 \approx -0.618 \end{aligned}$$

Da eine Länge nicht negativ sein kann, entfällt a_2. Wenn die kleinere Teilstrecke $b = 1$ ist, ist die größere Teilstrecke $a \approx 1.618$. Sie stehen also im Verhältnis $1 : 1.618$.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**