DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe QzdTex

Ermitteln Sie jeweils das Integral der Differenzfunktion $f - g$ im angegebenen Intervall.

a) $f(x) = x^4 - 4x^2, \quad g(x) = 0, \quad$ Intervall: $[-2; 2]$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= x^4 - 4x^2 - 0 \\ &= x^4 - 4x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^{2} (x^4 - 4x^2)\,dx &= \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3\right]_{-2}^{2} \\ &= \frac{1}{5} \cdot 2^5 - \frac{4}{3} \cdot 2^3 - \left(\frac{1}{5} \cdot (-2)^5 - \frac{4}{3} \cdot (-2)^3\right) \\ &= \frac{32}{5} - \frac{32}{3} - \left(-\frac{32}{5} + \frac{32}{3}\right) \\ &= -\frac{64}{15} - \frac{64}{15} \\ &= -\frac{128}{15} \approx -8.533 \end{aligned}$$

b) $f(x) = -x^4 + 5x^2, \quad g(x) = x^2, \quad$ Intervall: $[-2; 2]$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= -x^4 + 5x^2 - x^2 \\ &= -x^4 + 4x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^{2} (-x^4 + 4x^2)\,dx &= \left[-\frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3\right]_{-2}^{2} \\ &= -\frac{1}{5} \cdot 2^5 + \frac{4}{3} \cdot 2^3 - \left(-\frac{1}{5} \cdot (-2)^5 + \frac{4}{3} \cdot (-2)^3\right) \\ &= -\frac{32}{5} + \frac{32}{3} - \left(\frac{32}{5} - \frac{32}{3}\right) \\ &= \frac{64}{15} - \left(-\frac{64}{15}\right) \\ &= \frac{128}{15} \approx 8.533 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1, \quad g(x) = 1, \quad$ Intervall: $[-1; 1]$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= x^4 - 2x^2 + 1 - 1 \\ &= x^4 - 2x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} (x^4 - 2x^2)\,dx &= \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3\right]_{-1}^{1} \\ &= \frac{1}{5} \cdot 1^5 - \frac{2}{3} \cdot 1^3 - \left(\frac{1}{5} \cdot (-1)^5 - \frac{2}{3} \cdot (-1)^3\right) \\ &= \frac{1}{5} - \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{5} + \frac{2}{3}\right) \\ &= -\frac{7}{15} - \frac{7}{15} \\ &= -\frac{14}{15} \approx -0.933 \end{aligned}$$

d) $f(x) = -0.5x^4 + 4x^2, \quad g(x) = 0.5x^2, \quad$ Intervall: $[0; 2]$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= -0.5x^4 + 4x^2 - 0.5x^2 \\ &= -0.5x^4 + 3.5x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{0}^{2} (-0.5x^4 + 3.5x^2)\,dx &= \left[-0.1x^5 + \frac{7}{6}x^3\right]_{0}^{2} \\ &= -0.1 \cdot 2^5 + \frac{7}{6} \cdot 2^3 - 0 \\ &= -3.2 + \frac{28}{3} \\ &= \frac{92}{15} \approx 6.133 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $f(x) = x^4 - 6x^2, \quad g(x) = -2x^2, \quad$ Intervall: $[-2; 2]$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= x^4 - 6x^2 - (-2x^2) \\ &= x^4 - 6x^2 + 2x^2 \\ &= x^4 - 4x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^{2} (x^4 - 4x^2)\,dx &= \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3\right]_{-2}^{2} \\ &= \frac{1}{5} \cdot 2^5 - \frac{4}{3} \cdot 2^3 - \left(\frac{1}{5} \cdot (-2)^5 - \frac{4}{3} \cdot (-2)^3\right) \\ &= \frac{32}{5} - \frac{32}{3} - \left(-\frac{32}{5} + \frac{32}{3}\right) \\ &= -\frac{64}{15} - \frac{64}{15} \\ &= -\frac{128}{15} \approx -8.533 \end{aligned}$$

f) $f(x) = x^4 + 3x^2 + 3, \quad g(x) = -0.25x^2 - 1, \quad$ Intervall: $[-3; 3]$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= x^4 + 3x^2 + 3 - (-0.25x^2 - 1) \\ &= x^4 + 3x^2 + 3 + 0.25x^2 + 1 \\ &= x^4 + 3.25x^2 + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-3}^{3} (x^4 + 3.25x^2 + 4)\,dx &= \left[\frac{1}{5}x^5 + \frac{13}{12}x^3 + 4x\right]_{-3}^{3} \\ &= \frac{1}{5} \cdot 3^5 + \frac{13}{12} \cdot 3^3 + 4 \cdot 3 - \left(\frac{1}{5} \cdot (-3)^5 + \frac{13}{12} \cdot (-3)^3 + 4 \cdot (-3)\right) \\ &= \frac{1797}{20} - \left(-\frac{1797}{20}\right) \\ &= \frac{1797}{10} = 179.7 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**