DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe QJbXHa

Der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades ist im Ursprung tangential zur x-Achse (berührt dort also die x-Achse) und besitzt im Punkt $P(-3 \mid 0)$ die Steigung 9.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Berührpunkt im Ursprung $O(0 \mid 0)$ mit waagerechter Tangente, Punkt $P(-3 \mid 0)$ mit der Steigung 9:

$$\begin{array}{rcll} f(0) = 0 & \Rightarrow & 0 = a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d & = d \\ f'(0) = 0 & \Rightarrow & 0 = 3a \cdot 0^2 + 2b \cdot 0 + c & = c \\ f(-3) = 0 & \Rightarrow & 0 = a \cdot (-3)^3 + b \cdot (-3)^2 + c \cdot (-3) + d & = -27a + 9b - 3c + d \\ f'(-3) = 9 & \Rightarrow & 9 = 3a \cdot (-3)^2 + 2b \cdot (-3) + c & = 27a - 6b + c \end{array}$$

Aus den ersten beiden Bedingungen folgt direkt $d = 0$ und $c = 0$. Eingesetzt in die übrigen Bedingungen:

$$\begin{aligned} -27a + 9b &= 0 \\ 27a - 6b &= 9 \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -27 & 9 & 0 \\ 27 & -6 & 9 \end{array}\right) \quad \text{II} + \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -27 & 9 & 0 \\ 0 & 3 & 9 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lll} \text{II} & 3b = 9 & \mid :3 \\ & b = 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{I} & -27a + 9 \cdot 3 = 0 & \mid -27 \\ & -27a = -27 & \mid :(-27) \\ & a = 1 & \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**