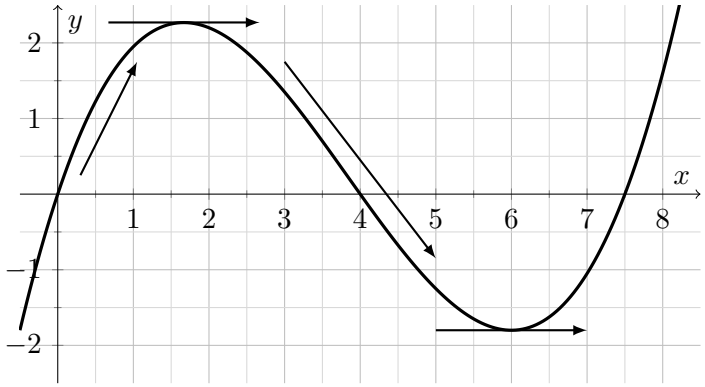
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe QFU5Uz

Viele Städte wurden im Mittelalter durch aufwendige Befestigungsanlagen geschützt, die Angreifern das Eindringen erheblich erschweren sollten. Typisch waren ein erhöhter Wall sowie ein davorliegender Wassergraben. Zusammen bildeten sie ein Hindernissystem, das nicht nur schwer zu überwinden war, sondern Angreifer auch verlangsamte.
Unten ist eine schematische Darstellung einer solchen Befestigungsanlage zu sehen (Angaben in Metern). Der Höhenverlauf von Wall und Graben lässt sich dabei durch eine Funktion modellieren. Für die folgende Betrachtung beschreibt $b(x)$ den Verlauf der Anlage in einem Querschnitt:

$$b(x) = 0.1x^3 - 1.15x^2 + 3x$$



Bestimmen Sie die Höhe des Walles und die Tiefe des Grabens der in der Situationsbeschreibung beschriebenen Befestigungsanlage.

$$b'(x) = 0.3x^2 - 2.3x + 3$$
$$b''(x) = 0.6x - 2.3$$

notw. Bed.: $b'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.3x^2 - 2.3x + 3 && | :0.3 \\ &= x^2 - \frac{23}{3}x + 10 \\ x_{1/2} &= \frac{23}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{23}{6}\right)^2 - 10} \\ x_1 &= 6 \quad \vee \quad x_2 = \frac{5}{3} \approx 1.667 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $b'(x) = 0 \quad \wedge \quad b''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} b''(6) &= 0.6 \cdot 6 - 2.3 = 1.3 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \\ b''\left(\frac{5}{3}\right) &= 0.6 \cdot \frac{5}{3} - 2.3 = -1.3 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \end{aligned}$$

y-Wert: $b(x) = y$

$$\begin{aligned} b(6) &= 0.1 \cdot 6^3 - 1.15 \cdot 6^2 + 3 \cdot 6 = -1.8 && \Rightarrow \text{TP}(6 \mid -1.8) \\ b\left(\frac{5}{3}\right) &= 0.1 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^3 - 1.15 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{5}{3} \approx 2.269 && \Rightarrow \text{HP}(1.67 \mid 2.27) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Der Hochpunkt beschreibt die höchste Stelle des Walles, der Tiefpunkt die tiefste Stelle des Grabens. Der Wall ist also etwa 2.27 m hoch und der Graben etwa 1.8 m tief.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**