DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe PxWurG

Sie sind Mitarbeiter/Mitarbeiterin des Unternehmens **SIEMENS AG** und arbeiten in der Abteilung Finanzwesen. SIEMENS produziert täglich Kaffeevollautomaten der Serie „EQ900“. Bei der morgigen Vorstandssitzung sollen alle Kosten, Erlöse und Gewinne aller Produkte des Unternehmens vorgestellt werden, damit das Produktangebot für das kommende Jahr optimiert werden kann. Ihr Team ist zuständig für Daten der Kaffeevollautomaten-Serie „EQ900“. Der Vorstandsvorsitzende der SIEMENS AG, Joe Kaeser, gibt Ihnen für Ihre Kalkulation lediglich folgende Informationen für die lineare Kostenfunktion und die Erlösfunktion:

Menge (in ME)	**0**	**100**	**400**
Kosten (in GE)	100 000	200 000	500 000

Die Erlösfunktion: $E(x) = -4.2x^2 + 3000x$

Bestimmen Sie folgende Werte, die Sie Ihrem Chef bei der Präsentation vorlegen können:

a) Kostenfunktion
b) variable Kosten
c) Fixkosten
d) Preis-Absatz-Funktion
e) Gewinnfunktion
f) Gewinnmaximum
g) Gewinnschwelle
h) Gewinngrenze
i) Cournot’sche Menge
j) Cournot’scher Preis
k) Höchstpreis
l) Sättigungsmenge

Schauen Sie sich die folgende Produktinfo an und vergleichen Sie die unverbindliche Preisempfehlung mit Ihren ermittelten Werten. Was bedeutet das für die SIEMENS AG?

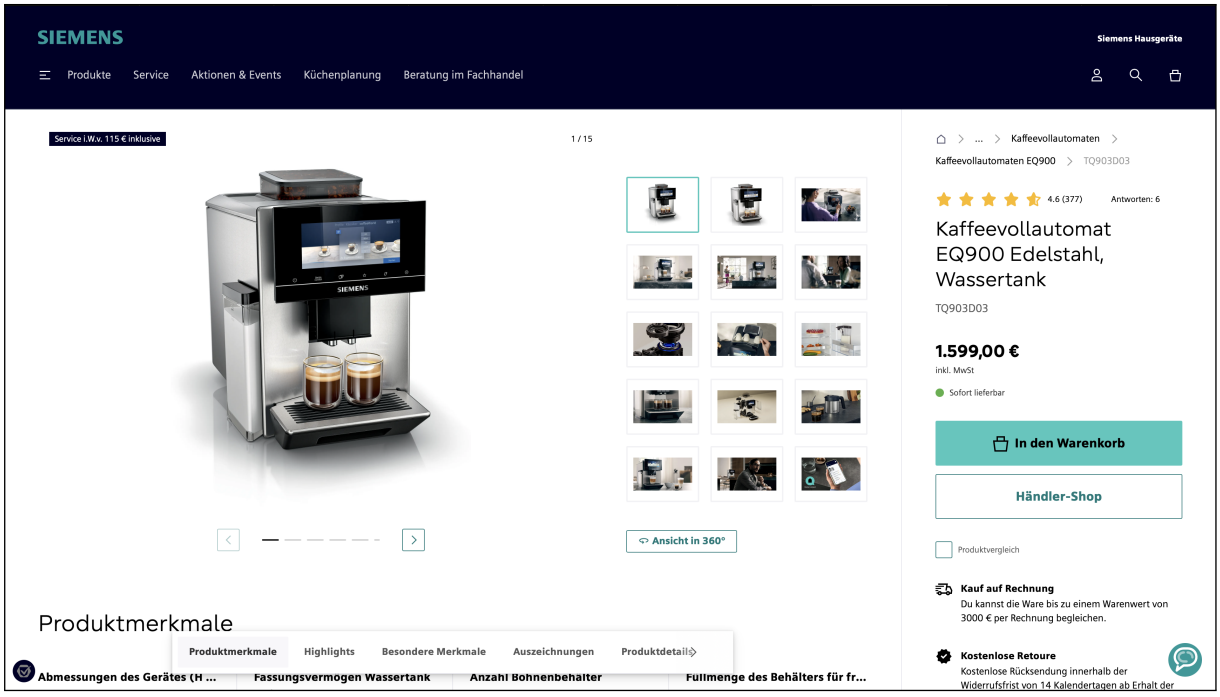


Abbildung 1: https://www.siemens-home.bsh-group.com/de/de/product/kaffeemaschinen/kaffeevollautomaten/eq900/TQ903D03 abgerufen am 15.04.2025

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

a) Kostenfunktion

$$\begin{aligned} K(x) &= mx + b \\ K(0) &= 100\,000 \quad \Rightarrow \quad b = 100\,000 \\ K(100) &= 200\,000 \\ m \cdot 100 + 100\,000 &= 200\,000 \qquad | -100\,000 \\ 100m &= 100\,000 \qquad | :100 \\ m &= 1000 \\ &\Rightarrow K(x) = 1000x + 100\,000 \end{aligned}$$

b) Variable Kosten

$$K_v(x) = 1000x$$

c) Fixkosten

$$K_f = 100\,000$$

d) Preis-Absatz-Funktion

$$\begin{aligned} E(x) &= -4.2x^2 + 3000x \\ &= x(-4.2x + 3000) \\ &\Rightarrow p(x) = -4.2x + 3000 \end{aligned}$$

e) Gewinnfunktion

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= -4.2x^2 + 3000x - (1000x + 100\,000) \\ &= -4.2x^2 + 3000x - 1000x - 100\,000 \\ &= -4.2x^2 + 2000x - 100\,000 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) Gewinnmaximum

$$\begin{aligned}
G(x) &= -4.2x^2 + 2000x - 100\,000 \\
&= -4.2\left(x^2 - \frac{10\,000}{21}x\right) - 100\,000 \\
&= -4.2\left(x^2 - \frac{10\,000}{21}x + \left(\frac{5000}{21}\right)^2 - \left(\frac{5000}{21}\right)^2\right) - 100\,000 \\
&= -4.2\left(\left(x - \frac{5000}{21}\right)^2 - \left(\frac{5000}{21}\right)^2\right) - 100\,000 \\
&= -4.2\left(x - \frac{5000}{21}\right)^2 + \frac{5\,000\,000}{21} - 100\,000 \\
&= -4.2\left(x - \frac{5000}{21}\right)^2 + \frac{2\,900\,000}{21} \\
&\approx -4.2(x - 238.095)^2 + 138\,095.24 \\
&\Rightarrow S(238.10 \mid 138\,095.24)
\end{aligned}$$

Das Gewinnmaximum beträgt rund 138 095.24 GE bei einer Menge von rund 238.10 ME.

g) Gewinnschwelle

$$\begin{aligned}
G(x) &= 0 \\
0 &= -4.2x^2 + 2000x - 100\,000 \qquad \mid :(-4.2) \\
0 &= x^2 - \frac{10\,000}{21}x + \frac{500\,000}{21} \\
x_{1/2} &= \frac{5000}{21} \pm \sqrt{\left(\frac{5000}{21}\right)^2 - \frac{500\,000}{21}} \\
x_1 &\approx 419.423 \quad \vee \quad x_2 \approx 56.767
\end{aligned}$$

Die Gewinnschwelle liegt bei rund 56.77 ME.

h) Gewinngrenze

Die Gewinngrenze liegt mit dem Ergebnis aus g) bei rund 419.42 ME.

i) Cournot'sche Menge

$$x_C = 56.767 + \frac{419.423 - 56.767}{2} = 238.095$$

Die Cournot'sche Menge beträgt rund 238.10 ME (exakt $\frac{5000}{21}$ ME, vgl. Scheitelpunkt in f)).

j) Cournot'scher Preis

$$p\left(\frac{5000}{21}\right) = -4.2 \cdot \frac{5000}{21} + 3000 = -1000 + 3000 = 2000$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

k) Höchstpreis

$$p(0) = -4.2 \cdot 0 + 3000 = 3000$$

l) Sättigungsmenge

$$\begin{aligned} p(x) &= 0 \\ 0 &= -4.2x + 3000 \quad | +4.2x \\ 4.2x &= 3000 \quad | :4.2 \\ x &\approx 714.286 \end{aligned}$$

Die Sättigungsmenge beträgt rund 714.29 ME.

Fazit: Die unverbindliche Preisempfehlung liegt bei 1599 Euro, der gewinnmaximale (Cournot'sche) Preis bei 2000 Euro. Der Vollautomat müsste rund 400 Euro teurer sein, um am gewinnmaximalen Preis zu liegen.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**