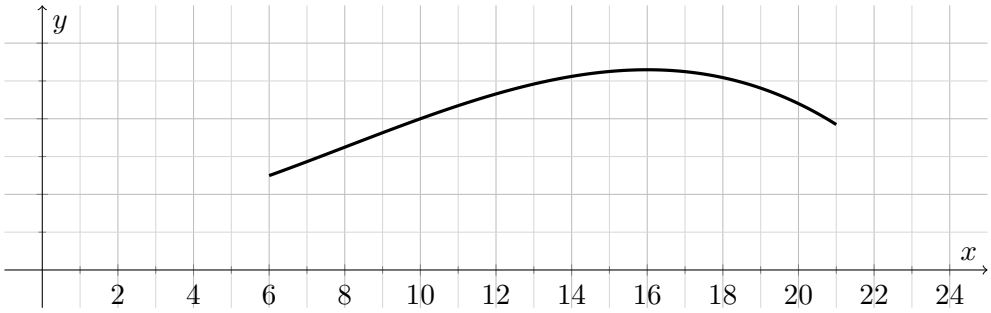
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe Pr9gDb

In modernen Wetterstationen werden rund um die Uhr Temperaturdaten automatisch erfasst und gespeichert. Für den Zeitraum zwischen 06:00 Uhr morgens und 21:00 Uhr abends beschreibt der Funktionsgraph der Funktion $f(t)$ modellhaft den Temperaturverlauf an einem bestimmten Tag. Auf diese Weise lassen sich typische Tagesverläufe vergleichen und Extremwerte zuverlässig bestimmen.
Es gilt: $f(t) = -0.01t^3 + 0.24t^2 + 6$ (t: Uhrzeit in Stunden, $f(t)$: Temperatur in °C)



a) Berechnen Sie die Temperatur zu Beginn und am Ende des Messzeitraums.

$$f(6) = -0.01 \cdot 6^3 + 0.24 \cdot 6^2 + 6 = 12.48$$
$$f(21) = -0.01 \cdot 21^3 + 0.24 \cdot 21^2 + 6 = 19.23$$

Am Morgen sind es 12.48 °C und am Abend 19.23 °C.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Bestimmen Sie die Uhrzeit, zu der die Tageshöchsttemperatur erreicht wird, und berechnen Sie diesen Höchstwert. Entscheiden Sie anschließend, ob es sich um einen Sommertag handelt (Sommertag: Höchsttemperatur über 25 °C).

$$f'(t) = -0.03t^2 + 0.48t$$
$$f''(t) = -0.06t + 0.48$$

notw. Bed.: $f'(t) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.03t^2 + 0.48t \\ &= t(-0.03t + 0.48) \quad | \, t_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.03t + 0.48 \quad | \, -0.48 \\ -0.03t &= -0.48 \quad | \, :(-0.03) \\ t_2 &= 16 \end{aligned}$$

Die Stelle $t_1 = 0$ liegt außerhalb des Messzeitraums und wird nicht weiter betrachtet.

hinr. Bed.: $f'(t) = 0 \quad \wedge \quad f''(t) \neq 0$

$$f''(16) = -0.06 \cdot 16 + 0.48 = -0.48 < 0 \qquad \Rightarrow \text{HP}$$

y-Wert: $f(t) = y$

$$f(16) = -0.01 \cdot 16^3 + 0.24 \cdot 16^2 + 6 = 26.48 \qquad \Rightarrow \text{HP}(16 \mid 26.48)$$

Die Tageshöchsttemperatur wird also um 16:00 Uhr erreicht und beträgt 26.48 °C. Sie ist größer als die Temperaturen zu Beginn und am Ende des Messzeitraums aus a).

Da die Höchsttemperatur über 25 °C liegt, handelt es sich um einen Sommertag.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**