DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe PXbL9J

Die Parabel hat den y-Achsenabschnitt $y_0 = -1$ und den Scheitelpunkt $S(-2 \mid -3)$. Zusammen mit dem Graphen der Funktion $f(x) = 0.5x^3 + 1$ begrenzt sie eine Fläche mit dem Inhalt A.

a) Stellen Sie zunächst den Funktionsterm der Parabel auf.

$S(-2 \mid -3), \quad P(0 \mid -1)$

$$\begin{aligned} g(x) &= a(x-d)^2 + e \\ &= a(x+2)^2 - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(0) &= -1 \\ a(0+2)^2 - 3 &= -1 && \mid +3 \\ 4a &= 2 && \mid :4 \\ a &= 0.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow g(x) &= 0.5(x+2)^2 - 3 \\ &= 0.5(x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2) - 3 \\ &= 0.5(x^2 + 4x + 4) - 3 \\ &= 0.5x^2 + 2x + 2 - 3 \\ &= 0.5x^2 + 2x - 1 \end{aligned}$$

b) Berechnen Sie anschließend den orientierten Flächeninhalt A, der im Intervall $[-2; 1]$ von den beiden Graphen eingeschlossen wird.

$$\begin{aligned} d(x) &= g(x) - f(x) \\ &= 0.5x^2 + 2x - 1 - (0.5x^3 + 1) \\ &= -0.5x^3 + 0.5x^2 + 2x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_{-2}^{1} (-0.5x^3 + 0.5x^2 + 2x - 2)\, dx \\ &= \left[-0.125x^4 + \frac{1}{6}x^3 + x^2 - 2x \right]_{-2}^{1} \\ &= -0.125 \cdot 1^4 + \frac{1}{6} \cdot 1^3 + 1^2 - 2 \cdot 1 - \left(-0.125 \cdot (-2)^4 + \frac{1}{6} \cdot (-2)^3 + (-2)^2 - 2 \cdot (-2) \right) \\ &= -\frac{23}{24} - \frac{14}{3} \\ &= -\frac{45}{8} = -5.625 \end{aligned}$$

Der orientierte Flächeninhalt ist negativ, weil im Intervall $[-2; 1]$ der Graph von f oberhalb des Graphen von g liegt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**