DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe LU8kw7

Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme mit dem Gauß'schen Eliminationsverfahren:

a) $4a + 2b - c = 10$
$5b + 3c = 19$
$3a - b = 8$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & -1 & 10 \\ 0 & 5 & 3 & 19 \\ 3 & -1 & 0 & 8 \end{array}\right) \qquad 4 \cdot \text{III} - 3 \cdot \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & -1 & 10 \\ 0 & 5 & 3 & 19 \\ 0 & -10 & 3 & 2 \end{array}\right) \qquad \text{III} + 2 \cdot \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & -1 & 10 \\ 0 & 5 & 3 & 19 \\ 0 & 0 & 9 & 40 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \text{III} & 9c = 40 \qquad\qquad\qquad\qquad | :9 \\ & c = \dfrac{40}{9} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{II} & 5b + 3 \cdot \dfrac{40}{9} = 19 \\ & 5b + \dfrac{40}{3} = 19 \qquad\qquad | -\dfrac{40}{3} \\ & 5b = \dfrac{17}{3} \qquad\qquad\qquad | :5 \\ & b = \dfrac{17}{15} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 4a + 2 \cdot \dfrac{17}{15} - \dfrac{40}{9} = 10 \\ & 4a - \dfrac{98}{45} = 10 \qquad\qquad | +\dfrac{98}{45} \\ & 4a = \dfrac{548}{45} \qquad\qquad\qquad | :4 \\ & a = \dfrac{137}{45} \\ & \mathbb{L} = \left\{ \left(\dfrac{137}{45} \ ; \ \dfrac{17}{15} \ ; \ \dfrac{40}{9} \right) \right\} \end{array}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) $6a - 3b + c = 15$
$2a - 4c = -6$
$b + c = 5$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & -3 & 1 & 15 \\ 2 & 0 & -4 & -6 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \end{array}\right) \qquad 3 \cdot \text{II} - \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & -3 & 1 & 15 \\ 0 & 3 & -13 & -33 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \end{array}\right) \qquad 3 \cdot \text{III} - \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & -3 & 1 & 15 \\ 0 & 3 & -13 & -33 \\ 0 & 0 & 16 & 48 \end{array}\right)$$

III $16c = 48 \quad | :16$
$c = 3$

II $3b - 13 \cdot 3 = -33$
$3b - 39 = -33 \quad | +39$
$3b = 6 \quad | :3$
$b = 2$

I $6a - 3 \cdot 2 + 3 = 15$
$6a - 3 = 15 \quad | +3$
$6a = 18 \quad | :6$
$a = 3$

$\mathbb{L} = \{(3\ ;\ 2\ ;\ 3)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $5a + b - c = 18$
$4b + 2c = 22$
$2a - 3c = -4$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 1 & -1 & 18 \\ 0 & 4 & 2 & 22 \\ 2 & 0 & -3 & -4 \end{array}\right) \qquad 5 \cdot \text{III} - 2 \cdot \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 1 & -1 & 18 \\ 0 & 4 & 2 & 22 \\ 0 & -2 & -13 & -56 \end{array}\right) \qquad 2 \cdot \text{III} + \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 1 & -1 & 18 \\ 0 & 4 & 2 & 22 \\ 0 & 0 & -24 & -90 \end{array}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{III} \quad & -24c = -90 && | :(-24) \\ & c = \frac{15}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad & 4b + 2 \cdot \frac{15}{4} = 22 \\ & 4b + \frac{15}{2} = 22 && | -\frac{15}{2} \\ & 4b = \frac{29}{2} && | :4 \\ & b = \frac{29}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 5a + \frac{29}{8} - \frac{15}{4} = 18 \\ & 5a - \frac{1}{8} = 18 && | +\frac{1}{8} \\ & 5a = \frac{145}{8} && | :5 \\ & a = \frac{29}{8} \\ & \mathbb{L} = \left\{ \left(\frac{29}{8} \; ; \; \frac{29}{8} \; ; \; \frac{15}{4} \right) \right\} \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**