DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe K7a1KF

Bestimmen Sie die Extremstellen. Eine Einordnung als Hoch-/Tiefpunkt ist nicht verlangt.

a) $f(x) = x^3 - 9x$

$$f'(x) = 3x^2 - 9$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x^2 - 9 && | :3 \\ 0 &= x^2 - 3 && | +3 \\ x^2 &= 3 && | \sqrt{\ } \\ x_1 &= \sqrt{3} \approx 1.732 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{3} \approx -1.732 \end{aligned}$$

b) $f(x) = -x^3 + 6x$

$$f'(x) = -3x^2 + 6$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -3x^2 + 6 && | :(-3) \\ 0 &= x^2 - 2 && | +2 \\ x^2 &= 2 && | \sqrt{\ } \\ x_1 &= \sqrt{2} \approx 1.414 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{2} \approx -1.414 \end{aligned}$$

c) $f(x) = 0.5x^4 - 2x^2$

$$f'(x) = 2x^3 - 4x$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^3 - 4x \\ &= x(2x^2 - 4) && | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^2 - 4 && | +4 \\ 2x^2 &= 4 && | :2 \\ x^2 &= 2 && | \sqrt{\ } \\ x_2 &= \sqrt{2} \approx 1.414 \quad \vee \quad x_3 = -\sqrt{2} \approx -1.414 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $f(x) = x^4 - 4x^3$

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 4x^3 - 12x^2 \\ &= x^2(4x - 12) \quad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 4x - 12 \quad | \, +12 \\ 4x &= 12 \quad | \, :4 \\ x_2 &= 3 \end{aligned}$$

Bei $x_1 = 0$ hat f' eine doppelte Nullstelle und wechselt dort nicht das Vorzeichen. $x_1 = 0$ ist daher keine Extremstelle, sondern eine Sattelstelle. Die einzige Extremstelle ist $x_2 = 3$.

e) $f(x) = x^5 - 10x^3$

$$f'(x) = 5x^4 - 30x^2$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 5x^4 - 30x^2 \\ &= x^2(5x^2 - 30) \quad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 5x^2 - 30 \quad | \, +30 \\ 5x^2 &= 30 \quad | \, :5 \\ x^2 &= 6 \quad | \, \sqrt{} \\ x_2 &= \sqrt{6} \approx 2.449 \quad \vee \quad x_3 = -\sqrt{6} \approx -2.449 \end{aligned}$$

Bei $x_1 = 0$ hat f' eine doppelte Nullstelle und wechselt dort nicht das Vorzeichen. $x_1 = 0$ ist daher keine Extremstelle, sondern eine Sattelstelle. Extremstellen sind $x_2 = \sqrt{6}$ und $x_3 = -\sqrt{6}$.

f) $f(x) = -2x^4 + 8x^2$

$$f'(x) = -8x^3 + 16x$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -8x^3 + 16x \\ &= x(-8x^2 + 16) \quad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -8x^2 + 16 \quad | \, -16 \\ -8x^2 &= -16 \quad | \, :(-8) \\ x^2 &= 2 \quad | \, \sqrt{} \\ x_2 &= \sqrt{2} \approx 1.414 \quad \vee \quad x_3 = -\sqrt{2} \approx -1.414 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

g) $f(x) = x^3 + 6x^2$

$$f'(x) = 3x^2 + 12x$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x^2 + 12x \\ &= x(3x + 12) \quad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x + 12 \quad | \, -12 \\ 3x &= -12 \quad | \, :3 \\ x_2 &= -4 \end{aligned}$$

h) $f(x) = -x^3 + 9x^2$

$$f'(x) = -3x^2 + 18x$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -3x^2 + 18x \\ &= x(-3x + 18) \quad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -3x + 18 \quad | \, +3x \\ 3x &= 18 \quad | \, :3 \\ x_2 &= 6 \end{aligned}$$

i) $f(x) = x^4 + 2x^2$

$$f'(x) = 4x^3 + 4x$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 4x^3 + 4x \\ &= x(4x^2 + 4) \quad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 4x^2 + 4 \quad | \, -4 \\ 4x^2 &= -4 \quad | \, :4 \\ x^2 &= -1 \end{aligned}$$

Die Gleichung $x^2 = -1$ hat keine Lösung, da ein Quadrat nicht negativ sein kann. Die einzige Extremstelle ist $x_1 = 0$.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

j) $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2$

$$f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6x$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -4x^3 + 12x^2 - 6x \\ &= x(-4x^2 + 12x - 6) \qquad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -4x^2 + 12x - 6 \qquad | \, :(-4) \\ &= x^2 - 3x + 1.5 \\ x_{2/3} &= 1.5 \pm \sqrt{1.5^2 - 1.5} \\ x_2 &\approx 2.366 \quad \vee \quad x_3 \approx 0.634 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**