DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe JwpnCh

Schauen Sie sich die Situationsbeschreibung dieses Kapitels an:

> *„Mike liebt es, in seiner Freizeit von hohen Sprungtürmen ins Wasser zu springen. Besonders fasziniert ihn die Eleganz der Flugbahnen, die er bei jedem Sprung beschreibt. Seine Sprünge erinnern an perfekte Parabeln, die sowohl Kraft als auch Präzision vereinen. Dabei achtet er stets darauf, den Absprungpunkt und die Flugkurve genau zu kontrollieren, um sicher und elegant im Wasser zu landen. Für Mike ist Turmspringen nicht nur ein Hobby, sondern auch eine Mischung aus Sport und physikalischer Kunst.“*

Mike führt einen Vorwärtssalto von einem 3-Meter-Sprungbrett aus. Seine Flugbahn wird näherungsweise durch die Funktion $f(x) = -0.016x^2 + 2.24x + 405.6$ beschrieben. Dabei ist x die horizontale Entfernung vom Absprungpunkt in Zentimetern (in cm) und $f(x)$ die Höhe seines Körperschwerpunkts (ebenfalls in cm). Der Absprungpunkt befindet sich bei $x = 0$, was dem Ende des Sprungbretts entspricht.

Aufgepasst
Denken Sie bei b) daran, dass die Funktion die x- und y-Werte in cm angibt, hier in der Teilaufgabe aber von Metern die Rede ist.
Bei c) müssen Sie die Stelle herausfinden, bei der die Funktion die x-Achse schneidet. Dazu setzen Sie die Scheitelpunktform gleich null und formen diese Gleichung schrittweise auf x um.

a) Bestimmen Sie mithilfe der Scheitelpunktform die maximale Höhe, die Mike während seines Sprungs erreicht.

$$\begin{aligned}
f(x) &= -0.016x^2 + 2.24x + 405.6 \\
&= -0.016(x^2 - 140x) + 405.6 \\
&= -0.016(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) + 405.6 \\
&= -0.016\left((x-70)^2 - 70^2\right) + 405.6 \\
&= -0.016(x-70)^2 + 78.4 + 405.6 \\
&= -0.016(x-70)^2 + 484 \\
&\Rightarrow S(70 \mid 484)
\end{aligned}$$

Mike erreicht eine maximale Höhe von 484 cm, also 4.84 m.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Um einen Zusammenstoß mit dem Sprungbrett zu vermeiden, muss sich Mike aus Sicherheitsgründen mindestens 1.2 m vom Sprungbrett entfernt befinden, wenn er auf der Höhe des Sprungbretts (genau 3 m) ist. Bestimmen Sie die dazugehörige horizontale Entfernung x.

$$\begin{aligned} f(x) &= 300 \\ -0.016(x-70)^2 + 484 &= 300 && | -484 \\ -0.016(x-70)^2 &= -184 && | :(-0.016) \\ (x-70)^2 &= 11500 && | \sqrt{\ } \\ x - 70 &= \pm\sqrt{11500} && | +70 \\ x_1 \approx 177.238 \quad &\vee \quad x_2 \approx -37.238 \end{aligned}$$

Mikes Körperschwerpunkt befindet sich auf Höhe des Sprungbretts, also in 3 m Höhe, in einer Entfernung von 1.77 m. Wegen 1.77 m $>$ 1.2 m wird die Bedingung eingehalten.

c) Berechnen Sie die horizontale Entfernung vom Sprungbrett, bei der Mike ins Wasser eintaucht.

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 0 &= -0.016(x-70)^2 + 484 && | +0.016(x-70)^2 \\ 0.016(x-70)^2 &= 484 && | :0.016 \\ (x-70)^2 &= 30250 && | \sqrt{\ } \\ x - 70 &= \pm\sqrt{30250} && | +70 \\ x_1 \approx 243.925 \quad &\vee \quad x_2 \approx -103.925 \end{aligned}$$

Beim Eintauchen ins Wasser befindet sich Mike in einer Entfernung von 2.44 m vom Sprungbrett.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**