DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe Ju21b2

Bestimmen Sie alle Nullstellen.

a) $f(x) = x^3 - 4x^2 - x$

$$\begin{aligned} 0 &= x^3 - 4x^2 - x \\ &= x(x^2 - 4x - 1) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 4x - 1 \\ x_{2/3} &= 2 \pm \sqrt{2^2 + 1} \\ x_2 &\approx 4.236 \quad \vee \quad x_3 \approx -0.236 \end{aligned}$$

b) $g(x) = 2x^3 + 6x^2 - 8x$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^3 + 6x^2 - 8x \\ &= x(2x^2 + 6x - 8) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^2 + 6x - 8 && | \; :2 \\ &= x^2 + 3x - 4 \\ x_{2/3} &= -1.5 \pm \sqrt{1.5^2 + 4} \\ x_2 &= 1 \quad \vee \quad x_3 = -4 \end{aligned}$$

c) $h(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 5x^2 + 4 && | \; x^2 = z \\ &= z^2 - 5z + 4 \\ z_{1/2} &= 2.5 \pm \sqrt{2.5^2 - 4} \\ z_1 &= 4 \quad \vee \quad z_2 = 1 && | \; x = \sqrt{z} \\ x_1 &= 2 \quad \vee \quad x_2 = -2 \quad \vee \quad x_3 = 1 \quad \vee \quad x_4 = -1 \end{aligned}$$

d) $i(x) = 3x^3 - 12x$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x^3 - 12x \\ &= x(3x^2 - 12) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x^2 - 12 && | \; +12 \\ 3x^2 &= 12 && | \; :3 \\ x^2 &= 4 && | \; \sqrt{} \\ x_2 &= 2 \quad \vee \quad x_3 = -2 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $j(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

$$0 = x^3 + 3x^2 - 4x - 12 \quad | \, x_1 = -3$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & -4 & -12 \\ -3 & & -3 & 0 & 12 \\ \hline & 1 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 4 && | \, +4 \\ x^2 &= 4 && | \, \sqrt{} \\ x_2 &= 2 \quad \vee \quad x_3 = -2 \end{aligned}$$

f) $k(x) = x^4 - 9x^2$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 9x^2 \\ &= x^2(x^2 - 9) && | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 9 && | \, +9 \\ x^2 &= 9 && | \, \sqrt{} \\ x_2 &= 3 \quad \vee \quad x_3 = -3 \end{aligned}$$

g) $l(x) = x^3 - 9x$

$$\begin{aligned} 0 &= x^3 - 9x \\ &= x(x^2 - 9) && | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 9 && | \, +9 \\ x^2 &= 9 && | \, \sqrt{} \\ x_2 &= 3 \quad \vee \quad x_3 = -3 \end{aligned}$$

h) $m(x) = 2x^4 - 8x^2 + 6$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^4 - 8x^2 + 6 && | \, :2 \\ &= x^4 - 4x^2 + 3 && | \, x^2 = z \\ &= z^2 - 4z + 3 \\ z_{1/2} &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 3} \\ z_1 &= 3 \quad \vee \quad z_2 = 1 && | \, x = \sqrt{z} \\ x_1 &= \sqrt{3} \approx 1.732 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{3} \approx -1.732 \quad \vee \quad x_3 = 1 \quad \vee \quad x_4 = -1 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

i) $n(x) = x^2 - 6x + 9$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 6x + 9 \\ x_{1/2} &= 3 \pm \sqrt{3^2 - 9} \\ x_1 &= 3 \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist 0. Es gibt nur die (doppelte) Nullstelle $x_1 = 3$.

j) $o(x) = x^4 - 16$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 16 && \mid +16 \\ x^4 &= 16 && \mid \sqrt[4]{} \\ x_1 &= 2 \quad \vee \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**