DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe J3i2sy

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$.

a) Bestimmen Sie den Wendepunkt rechnerisch.

$$\begin{aligned} f'(x) &= -3x^2 + 6x \\ f''(x) &= -6x + 6 \\ f'''(x) &= -6 \end{aligned}$$

notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -6x + 6 && | +6x \\ 6x &= 6 && | :6 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f''(x) = 0 \quad \wedge \quad f'''(x) \neq 0$

$$f'''(1) = -6 \neq 0 \qquad \checkmark$$

y-Wert: $f(x) = y$

$$f(1) = -1^3 + 3 \cdot 1^2 + 1 = 3 \qquad \Rightarrow \mathrm{WP}_1(1 \mid 3)$$

b) Kreuzen Sie die passenden Aussagen an (mehrere können richtig sein) und begründen Sie kurz mit den Ableitungen (also der Steigung der Funktion):

- ☒ Vor der Wendestelle nimmt die Steigung zu.
- ☐ Vor der Wendestelle nimmt die Steigung ab.
- ☐ Nach der Wendestelle nimmt die Steigung zu.
- ☒ Nach der Wendestelle nimmt die Steigung ab.

Die Steigung von f wird durch $f'(x)$ beschrieben. Ob die Steigung zu- oder abnimmt, zeigt das Vorzeichen von $f''(x) = -6x + 6$.

$$\begin{aligned} x < 1: \quad f''(x) > 0 \qquad &\Rightarrow \text{Die Steigung nimmt zu.} \\ x > 1: \quad f''(x) < 0 \qquad &\Rightarrow \text{Die Steigung nimmt ab.} \end{aligned}$$

Vor der Wendestelle $x = 1$ nimmt die Steigung also zu, nach der Wendestelle nimmt sie ab.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**