DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe HcFRc5

Bestimmen Sie die obere Integralgrenze a so, dass die Gleichung stimmt.

a) $\int_0^a x^2\,dx = \frac{64}{3}$

$$\begin{aligned}
\int_0^a x^2\,dx &= \frac{64}{3} \\
\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^a &= \frac{64}{3} \\
\frac{1}{3}a^3 - 0 &= \frac{64}{3} && |\cdot 3 \\
a^3 &= 64 && |\sqrt[3]{\ } \\
a &= 4
\end{aligned}$$

b) $\int_1^a x^2\,dx = 13$

$$\begin{aligned}
\int_1^a x^2\,dx &= 13 \\
\left[\frac{1}{3}x^3\right]_1^a &= 13 \\
\frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{3}\cdot 1^3 &= 13 && |+\frac{1}{3} \\
\frac{1}{3}a^3 &= \frac{40}{3} && |\cdot 3 \\
a^3 &= 40 && |\sqrt[3]{\ } \\
a &= \sqrt[3]{40} \approx 3.420
\end{aligned}$$

c) $\int_0^a 3x^2\,dx = 24$

$$\begin{aligned}
\int_0^a 3x^2\,dx &= 24 \\
\left[x^3\right]_0^a &= 24 \\
a^3 - 0 &= 24 && |\sqrt[3]{\ } \\
a &= \sqrt[3]{24} \approx 2.884
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $\int_1^a x\,dx = \frac{15}{2}$

$$\int_1^a x\,dx = 7.5$$
$$\left[0.5x^2\right]_1^a = 7.5$$
$$0.5a^2 - 0.5 \cdot 1^2 = 7.5 \quad | +0.5$$
$$0.5a^2 = 8 \quad | \cdot 2$$
$$a^2 = 16 \quad | \sqrt{\ }$$
$$a_1 = 4 \quad \vee \quad a_2 = -4$$

e) $\int_{-1}^a (2x+1)\,dx = 6$

$$\int_{-1}^a (2x+1)\,dx = 6$$
$$\left[x^2 + x\right]_{-1}^a = 6$$
$$a^2 + a - \Big((-1)^2 + (-1)\Big) = 6$$
$$a^2 + a - 0 = 6 \quad | -6$$
$$a^2 + a - 6 = 0$$
$$a_{1/2} = -0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 6}$$
$$a_1 = 2 \quad \vee \quad a_2 = -3$$

f) $\int_0^a (x^3 + 2x)\,dx = 10$

$$\int_0^a (x^3 + 2x)\,dx = 10$$
$$\left[0.25x^4 + x^2\right]_0^a = 10$$
$$0.25a^4 + a^2 - 0 = 10 \quad | \cdot 4$$
$$a^4 + 4a^2 = 40 \quad | -40$$
$$a^4 + 4a^2 - 40 = 0 \quad | a^2 = z$$
$$z^2 + 4z - 40 = 0$$
$$z_{1/2} = -2 \pm \sqrt{2^2 + 40}$$
$$z_1 \approx 4.633 \quad \vee \quad z_2 \approx -8.633 \quad | a = \sqrt{z}$$
$$a_1 \approx 2.152 \quad \vee \quad a_2 \approx -2.152$$

Für $z_2 < 0$ ergeben sich keine reellen Werte für a.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**