DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe HAkW8W

Bestimmen Sie die Variablen mit Hilfe des Gauß-Verfahrens.

a) $x + y + z = 13$
$-x + y + z = 9$
$y + 2z = 19$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ -1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & 19 \end{array}\right) \quad \text{II} + \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ 0 & 2 & 2 & 22 \\ 0 & 1 & 2 & 19 \end{array}\right) \quad 2 \cdot \text{III} - \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ 0 & 2 & 2 & 22 \\ 0 & 0 & 2 & 16 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lll} \text{III} & 2z = 16 & \mid :2 \\ & z = 8 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{II} & 2y + 2 \cdot 8 = 22 & \mid -16 \\ & 2y = 6 & \mid :2 \\ & y = 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{I} & x + 3 + 8 = 13 & \mid -11 \\ & x = 2 & \end{array}$$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(2\ ;\ 3\ ;\ 8)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) $x + y + z = 10$
$-x + y + z = 0$
$x - y + z = 2$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \text{II} + \text{I} \\ \text{III} - \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 2 & 2 & 10 \\ 0 & -2 & 0 & -8 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lll} \text{III} & -2y = -8 & \mid :(-2) \\ & y = 4 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{II} & 2 \cdot 4 + 2z = 10 & \mid -8 \\ & 2z = 2 & \mid :2 \\ & z = 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{I} & x + 4 + 1 = 10 & \mid -5 \\ & x = 5 & \end{array}$$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(5\ ;\ 4\ ;\ 1)\}$

c) $x_1 + x_2 + x_3 = 19$
$x_1 + 2x_3 = 26$
$x_1 + x_2 = 10$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 19 \\ 1 & 0 & 2 & 26 \\ 1 & 1 & 0 & 10 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \text{II} - \text{I} \\ \text{III} - \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 19 \\ 0 & -1 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & -1 & -9 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lll} \text{III} & -x_3 = -9 & \mid :(-1) \\ & x_3 = 9 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{II} & -x_2 + 9 = 7 & \mid -9 \\ & -x_2 = -2 & \mid :(-1) \\ & x_2 = 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{I} & x_1 + 2 + 9 = 19 & \mid -11 \\ & x_1 = 8 & \end{array}$$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(8\ ;\ 2\ ;\ 9)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $x + 3y + 2z = 10$
$-5x + y = 12$
$2x + 9y + 4z = 26$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & 10 \\ -5 & 1 & 0 & 12 \\ 2 & 9 & 4 & 26 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \text{II} + 5 \cdot \text{I} \\ \text{III} - 2 \cdot \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & 10 \\ 0 & 16 & 10 & 62 \\ 0 & 3 & 0 & 6 \end{array}\right)$$

III $3y = 6 \quad | :3$
$y = 2$

II $16 \cdot 2 + 10z = 62 \quad | -32$
$10z = 30 \quad | :10$
$z = 3$

I $x + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 10$
$x + 12 = 10 \quad | -12$
$x = -2$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(-2\ ;\ 2\ ;\ 3)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $k + 2g + 4t = -13$
$2k + 6g + 8t = -44$
$3k + 5g + t = -30$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & -13 \\ 2 & 6 & 8 & -44 \\ 3 & 5 & 1 & -30 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \text{II} - 2 \cdot \text{I} \\ \text{III} - 3 \cdot \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & -13 \\ 0 & 2 & 0 & -18 \\ 0 & -1 & -11 & 9 \end{array}\right)$$

II $2g = -18 \quad | :2$
$g = -9$

III $-1 \cdot (-9) - 11t = 9$
$9 - 11t = 9 \quad | -9$
$-11t = 0 \quad | :(-11)$
$t = 0$

I $k + 2 \cdot (-9) + 4 \cdot 0 = -13$
$k - 18 = -13 \quad | +18$
$k = 5$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(5\ ;\ -9\ ;\ 0)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) $a+b+c=2.6$
$a-b+c=4$
$-a+b+c=2$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2.6 \\ 1 & -1 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \text{II} - \text{I} \\ \text{III} + \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2.6 \\ 0 & -2 & 0 & 1.4 \\ 0 & 2 & 2 & 4.6 \end{array}\right)$$

II $-2b = 1.4 \quad | :(-2)$
$b = -0.7$

III $2 \cdot (-0.7) + 2c = 4.6$
$-1.4 + 2c = 4.6 \quad | +1.4$
$2c = 6 \quad | :2$
$c = 3$

I $a + (-0.7) + 3 = 2.6$
$a + 2.3 = 2.6 \quad | -2.3$
$a = 0.3$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(0.3\ ;\ -0.7\ ;\ 3)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**