DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe DcxpR3

Untersuchen Sie rechnerisch, ob die Gerade $g(x)$ eine Sekante, Tangente oder Passante zur Funktion $f(x)$ ist. Berechnen Sie gegebenenfalls die Koordinaten der Schnittpunkte.

a) $f(x) = \frac{1}{4}(x-1)^2 - 4, \quad g(x) = 0.5x + 1.5$

$$
\begin{aligned}
f(x) &= g(x) \\
0.25(x-1)^2 - 4 &= 0.5x + 1.5 \\
0.25(x^2 - 2x + 1) - 4 &= 0.5x + 1.5 \\
0.25x^2 - 0.5x + 0.25 - 4 &= 0.5x + 1.5 && | -0.25x^2 + 0.5x + 3.75 \\
0 &= -0.25x^2 + x + 5.25 && | :(-0.25) \\
0 &= x^2 - 4x - 21 \\
x_{1/2} &= 2 \pm \sqrt{2^2 + 21} \\
x_1 = 7 \quad &\vee \quad x_2 = -3 \\
g(7) &= 0.5 \cdot 7 + 1.5 = 5 && \Rightarrow P_1(7 \mid 5) \\
g(-3) &= 0.5 \cdot (-3) + 1.5 = 0 && \Rightarrow P_2(-3 \mid 0)
\end{aligned}
$$

Zwei Schnittpunkte $\Rightarrow g(x)$ ist eine Sekante.

b) $f(x) = x^2 - 2x + 1, \quad g(x) = -x + 3$

$$
\begin{aligned}
f(x) &= g(x) \\
x^2 - 2x + 1 &= -x + 3 && | -x^2 + 2x - 1 \\
0 &= -x^2 + x + 2 && | :(-1) \\
0 &= x^2 - x - 2 \\
x_{1/2} &= 0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 2} \\
x_1 = 2 \quad &\vee \quad x_2 = -1 \\
g(2) &= -2 + 3 = 1 && \Rightarrow P_1(2 \mid 1) \\
g(-1) &= -(-1) + 3 = 4 && \Rightarrow P_2(-1 \mid 4)
\end{aligned}
$$

Zwei Schnittpunkte $\Rightarrow g(x)$ ist eine Sekante.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $f(x) = (x-1)^2 - \frac{11}{3}, \quad g(x) = -2x + 4$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ (x-1)^2 - \frac{11}{3} &= -2x + 4 \\ x^2 - 2x + 1 - \frac{11}{3} &= -2x + 4 && | +2x - 4 \\ x^2 - \frac{20}{3} &= 0 && | +\frac{20}{3} \\ x^2 &= \frac{20}{3} && | \sqrt{\ } \\ x_1 \approx 2.582 \quad &\vee \quad x_2 \approx -2.582 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(2.582) &= -2 \cdot 2.582 + 4 \approx -1.16 && \Rightarrow P_1(2.58 \mid -1.16) \\ g(-2.582) &= -2 \cdot (-2.582) + 4 \approx 9.16 && \Rightarrow P_2(-2.58 \mid 9.16) \end{aligned}$$

Zwei Schnittpunkte $\Rightarrow g(x)$ ist eine Sekante.

d) $f(x) = \frac{x^2}{8} - 3x + 10, \quad g(x) = -4 + x$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ \frac{1}{8}x^2 - 3x + 10 &= -4 + x && | -\frac{1}{8}x^2 + 3x - 10 \\ 0 &= -\frac{1}{8}x^2 + 4x - 14 && | \cdot(-8) \\ 0 &= x^2 - 32x + 112 \\ x_{1/2} &= 16 \pm \sqrt{16^2 - 112} \\ x_1 = 28 \quad &\vee \quad x_2 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(28) &= -4 + 28 = 24 && \Rightarrow P_1(28 \mid 24) \\ g(4) &= -4 + 4 = 0 && \Rightarrow P_2(4 \mid 0) \end{aligned}$$

Zwei Schnittpunkte $\Rightarrow g(x)$ ist eine Sekante.

e) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1, \quad g(x) = 3x - 2$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 0.5x^2 - x + 1 &= 3x - 2 && | -0.5x^2 + x - 1 \\ 0 &= -0.5x^2 + 4x - 3 && | :(-0.5) \\ 0 &= x^2 - 8x + 6 \\ x_{1/2} &= 4 \pm \sqrt{4^2 - 6} \\ x_1 \approx 7.162 \quad &\vee \quad x_2 \approx 0.838 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(7.162) &= 3 \cdot 7.162 - 2 \approx 19.49 && \Rightarrow P_1(7.16 \mid 19.49) \\ g(0.838) &= 3 \cdot 0.838 - 2 \approx 0.51 && \Rightarrow P_2(0.84 \mid 0.51) \end{aligned}$$

Zwei Schnittpunkte $\Rightarrow g(x)$ ist eine Sekante.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) $f(x) = 6x^2 - 2x + 4, \quad g(x) = -3x + 2$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 6x^2 - 2x + 4 &= -3x + 2 && | -6x^2 + 2x - 4 \\ 0 &= -6x^2 - x - 2 && | :(-6) \\ 0 &= x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{3} \\ x_{1/2} &= -\frac{1}{12} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{12}\right)^2 - \frac{1}{3}} \\ &= -\frac{1}{12} \pm \sqrt{-\frac{47}{144}} \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. $\Rightarrow$ keine Schnittpunkte

Kein gemeinsamer Punkt $\Rightarrow g(x)$ ist eine Passante.

g) $f(x) = x^2 - x - 6, \quad g(x) = 4x - 12$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ x^2 - x - 6 &= 4x - 12 && | -x^2 + x + 6 \\ 0 &= -x^2 + 5x - 6 && | :(-1) \\ 0 &= x^2 - 5x + 6 \\ x_{1/2} &= 2.5 \pm \sqrt{2.5^2 - 6} \\ x_1 &= 3 \quad \vee \quad x_2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(3) &= 4 \cdot 3 - 12 = 0 && \Rightarrow P_1(3 \mid 0) \\ g(2) &= 4 \cdot 2 - 12 = -4 && \Rightarrow P_2(2 \mid -4) \end{aligned}$$

Zwei Schnittpunkte $\Rightarrow g(x)$ ist eine Sekante.

h) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x + \frac{10}{3}, \quad g(x) = -x + 6$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ -\frac{1}{3}x^2 + x + \frac{10}{3} &= -x + 6 && | +\frac{1}{3}x^2 - x - \frac{10}{3} \\ 0 &= \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{8}{3} && | \cdot 3 \\ 0 &= x^2 - 6x + 8 \\ x_{1/2} &= 3 \pm \sqrt{3^2 - 8} \\ x_1 &= 4 \quad \vee \quad x_2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(4) &= -4 + 6 = 2 && \Rightarrow P_1(4 \mid 2) \\ g(2) &= -2 + 6 = 4 && \Rightarrow P_2(2 \mid 4) \end{aligned}$$

Zwei Schnittpunkte $\Rightarrow g(x)$ ist eine Sekante.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

i) $f(x) = x^2 + 2x + 5, \quad g(x) = \frac{1}{3}x + 2$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ x^2 + 2x + 5 &= \frac{1}{3}x + 2 && | -x^2 - 2x - 5 \\ 0 &= -x^2 - \frac{5}{3}x - 3 && | :(-1) \\ 0 &= x^2 + \frac{5}{3}x + 3 \\ x_{1/2} &= -\frac{5}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2 - 3} \\ &= -\frac{5}{6} \pm \sqrt{-\frac{83}{36}} \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. $\Rightarrow$ keine Schnittpunkte

Kein gemeinsamer Punkt $\Rightarrow$ $g(x)$ ist eine Passante.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**