DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe DYaeDu

Untersuchen Sie die Funktionen auf Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte.

a) $h(x) = 0.5x^3 - 2.0x^2 + 0.5x + 3$

$$\begin{aligned} h'(x) &= 1.5x^2 - 4x + 0.5 \\ h''(x) &= 3x - 4 \\ h'''(x) &= 3 \end{aligned}$$

Nullstellen

$$0 = 0.5x^3 - 2x^2 + 0.5x + 3 \quad | \, x_1 = 2$$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.

$$\begin{array}{r|cccc} & \frac{1}{2} & -2 & \frac{1}{2} & 3 \\ 2 & & 1 & -2 & -3 \\ \hline & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.5x^2 - x - 1.5 \quad | :0.5 \\ &= x^2 - 2x - 3 \\ x_{2/3} &= 1 \pm \sqrt{1^2 + 3} \\ x_2 = 3 \quad &\vee \quad x_3 = -1 \end{aligned}$$

Extrempunkt
notw. Bed.: $h'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 1.5x^2 - 4x + 0.5 \quad | :1.5 \\ &= x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} \\ x_{1/2} &= \frac{4}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}} \\ x_1 \approx 2.535 \quad &\vee \quad x_2 \approx 0.131 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h'(x) = 0 \quad \wedge \quad h''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} h''(2.535) &= 3 \cdot 2.535 - 4 = 3.605 > 0 \quad &\Rightarrow \text{TP} \\ h''(0.131) &= 3 \cdot 0.131 - 4 = -3.607 < 0 \quad &\Rightarrow \text{HP} \end{aligned}$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$\begin{aligned} h(2.535) &\approx -0.440 \quad &\Rightarrow \text{TP}(2.54 \mid -0.44) \\ h(0.131) &\approx 3.032 \quad &\Rightarrow \text{HP}(0.13 \mid 3.03) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Wendepunkt

notw. Bed.: $h''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x - 4 && | +4 \\ 3x &= 4 && | :3 \\ x &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h''(x) = 0 \quad \wedge \quad h'''(x) \neq 0$

$$h'''\left(\frac{4}{3}\right) = 3 \neq 0 \qquad \checkmark$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$h\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{35}{27} \approx 1.296 \qquad \Rightarrow \text{WP}(1.33 \mid 1.3)$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) $h(x) = -0.4x^3 + 1.2x^2 + 2.4x - 3.2$

$$\begin{aligned} h'(x) &= -1.2x^2 + 2.4x + 2.4 \\ h''(x) &= -2.4x + 2.4 \\ h'''(x) &= -2.4 \end{aligned}$$

Nullstellen

$$0 = -0.4x^3 + 1.2x^2 + 2.4x - 3.2 \quad | \, x_1 = 1$$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.

	$-\frac{2}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{12}{5}$	$-\frac{16}{5}$
1		$-\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{16}{5}$
	$-\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{16}{5}$	0

$$\begin{aligned} 0 &= -0.4x^2 + 0.8x + 3.2 \quad | :(-0.4) \\ &= x^2 - 2x - 8 \\ x_{2/3} &= 1 \pm \sqrt{1^2 + 8} \\ x_2 &= 4 \quad \vee \quad x_3 = -2 \end{aligned}$$

Extrempunkt
notw. Bed.: $h'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -1.2x^2 + 2.4x + 2.4 \quad | :(-1.2) \\ &= x^2 - 2x - 2 \\ x_{1/2} &= 1 \pm \sqrt{1^2 + 2} \\ x_1 &\approx 2.732 \quad \vee \quad x_2 \approx -0.732 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h'(x) = 0 \quad \wedge \quad h''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} h''(2.732) &= -2.4 \cdot 2.732 + 2.4 \approx -4.157 < 0 \quad \Rightarrow \text{HP} \\ h''(-0.732) &= -2.4 \cdot (-0.732) + 2.4 \approx 4.157 > 0 \quad \Rightarrow \text{TP} \end{aligned}$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$\begin{aligned} h(2.732) &\approx 4.157 \quad \Rightarrow \text{HP}(2.73 \mid 4.16) \\ h(-0.732) &\approx -4.157 \quad \Rightarrow \text{TP}(-0.73 \mid -4.16) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Wendepunkt

notw. Bed.: $h''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -2.4x + 2.4 && | +2.4x \\ 2.4x &= 2.4 && | :2.4 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h''(x) = 0 \quad \wedge \quad h'''(x) \neq 0$

$$h'''(1) = -2.4 \neq 0 \qquad \checkmark$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$h(1) = -0.4 \cdot 1^3 + 1.2 \cdot 1^2 + 2.4 \cdot 1 - 3.2 = 0 \qquad \Rightarrow \text{WP}(1 \mid 0)$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $h(x) = 0.5x^4 - 5.0x^2 + 4.5$

$$\begin{aligned} h'(x) &= 2x^3 - 10x \\ h''(x) &= 6x^2 - 10 \\ h'''(x) &= 12x \end{aligned}$$

Nullstellen

$$\begin{aligned} 0 &= 0.5x^4 - 5x^2 + 4.5 && | :0.5 \\ &= x^4 - 10x^2 + 9 && | x^2 = z \\ &= z^2 - 10z + 9 \\ z_{1/2} &= 5 \pm \sqrt{5^2 - 9} \\ z_1 = 9 \quad &\vee \quad z_2 = 1 && | x = \sqrt{z} \\ x_1 = 3 \quad &\vee \quad x_2 = -3 \quad \vee \quad x_3 = 1 \quad \vee \quad x_4 = -1 \end{aligned}$$

Extrempunkt
notw. Bed.: $h'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^3 - 10x \\ &= x(2x^2 - 10) && | x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^2 - 10 && | +10 \\ 2x^2 &= 10 && | :2 \\ x^2 &= 5 && | \sqrt{} \\ x_2 = \sqrt{5} \approx 2.236 \quad &\vee \quad x_3 = -\sqrt{5} \approx -2.236 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h'(x) = 0 \quad \wedge \quad h''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} h''(0) &= -10 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \\ h''(\sqrt{5}) &= 20 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \\ h''(-\sqrt{5}) &= 20 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \end{aligned}$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$\begin{aligned} h(0) &= 4.5 && \Rightarrow \text{HP}(0 \mid 4.5) \\ h(\sqrt{5}) &= -8 && \Rightarrow \text{TP}_1(2.24 \mid -8) \\ h(-\sqrt{5}) &= -8 && \Rightarrow \text{TP}_2(-2.24 \mid -8) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Wendepunkt
notw. Bed.: $h''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 6x^2 - 10 && | +10 \\ 6x^2 &= 10 && | :6 \\ x^2 &= \frac{5}{3} && | \sqrt{} \\ x_1 &= \sqrt{\frac{5}{3}} \approx 1.291 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{\frac{5}{3}} \approx -1.291 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h''(x) = 0 \quad \wedge \quad h'''(x) \neq 0$

$$h'''\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right) \approx 15.492 \neq 0 \qquad \checkmark$$

$$h'''\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right) \approx -15.492 \neq 0 \qquad \checkmark$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$h\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right) = -\frac{22}{9} \approx -2.444 \qquad \Rightarrow \mathrm{WP}_1(1.29 \mid -2.44)$$

$$h\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right) = -\frac{22}{9} \approx -2.444 \qquad \Rightarrow \mathrm{WP}_2(-1.29 \mid -2.44)$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $h(x) = -0.2x^4 + 4.0x^2 - 12.8$

$$\begin{aligned} h'(x) &= -0.8x^3 + 8x \\ h''(x) &= -2.4x^2 + 8 \\ h'''(x) &= -4.8x \end{aligned}$$

Nullstellen

$$\begin{aligned} 0 &= -0.2x^4 + 4x^2 - 12.8 && | :(-0.2) \\ &= x^4 - 20x^2 + 64 && | \ x^2 = z \\ &= z^2 - 20z + 64 \\ z_{1/2} &= 10 \pm \sqrt{10^2 - 64} \\ z_1 &= 16 \quad \vee \quad z_2 = 4 && | \ x = \sqrt{z} \\ x_1 &= 4 \quad \vee \quad x_2 = -4 \quad \vee \quad x_3 = 2 \quad \vee \quad x_4 = -2 \end{aligned}$$

Extrempunkt
notw. Bed.: $h'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.8x^3 + 8x \\ &= x(-0.8x^2 + 8) && | \ x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.8x^2 + 8 && | +0.8x^2 \\ 0.8x^2 &= 8 && | :0.8 \\ x^2 &= 10 && | \ \sqrt{\ } \\ x_2 &= \sqrt{10} \approx 3.162 \quad \vee \quad x_3 = -\sqrt{10} \approx -3.162 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h'(x) = 0 \quad \wedge \quad h''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} h''(0) &= 8 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \\ h''(\sqrt{10}) &= -16 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \\ h''(-\sqrt{10}) &= -16 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \end{aligned}$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$\begin{aligned} h(0) &= -12.8 && \Rightarrow \text{TP}(0 \mid -12.8) \\ h(\sqrt{10}) &= 7.2 && \Rightarrow \text{HP}_1(3.16 \mid 7.2) \\ h(-\sqrt{10}) &= 7.2 && \Rightarrow \text{HP}_2(-3.16 \mid 7.2) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Wendepunkt
notw. Bed.: $h''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -2.4x^2 + 8 && | -8 \\ -2.4x^2 &= -8 && | :(-2.4) \\ x^2 &= \frac{10}{3} && | \sqrt{\ } \\ x_1 &= \sqrt{\frac{10}{3}} \approx 1.826 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{\frac{10}{3}} \approx -1.826 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h''(x) = 0 \quad \wedge \quad h'''(x) \neq 0$

$$h'''\left(\sqrt{\frac{10}{3}}\right) \approx -8.764 \neq 0 \qquad \checkmark$$

$$h'''\left(-\sqrt{\frac{10}{3}}\right) \approx 8.764 \neq 0 \qquad \checkmark$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$h\left(\sqrt{\frac{10}{3}}\right) = -\frac{76}{45} \approx -1.689 \qquad \Rightarrow \mathrm{WP}_1(1.83 \mid -1.69)$$

$$h\left(-\sqrt{\frac{10}{3}}\right) = -\frac{76}{45} \approx -1.689 \qquad \Rightarrow \mathrm{WP}_2(-1.83 \mid -1.69)$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $h(x) = 0.3x^4 - 7.5x^2$

$$\begin{aligned} h'(x) &= 1.2x^3 - 15x \\ h''(x) &= 3.6x^2 - 15 \\ h'''(x) &= 7.2x \end{aligned}$$

Nullstellen

$$\begin{aligned} 0 &= 0.3x^4 - 7.5x^2 \\ &= x^2(0.3x^2 - 7.5) && | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.3x^2 - 7.5 && | \, +7.5 \\ 0.3x^2 &= 7.5 && | \, :0.3 \\ x^2 &= 25 && | \, \sqrt{} \\ x_2 &= 5 \quad \vee \quad x_3 = -5 \end{aligned}$$

Extrempunkt
notw. Bed.: $h'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 1.2x^3 - 15x \\ &= x(1.2x^2 - 15) && | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 1.2x^2 - 15 && | \, +15 \\ 1.2x^2 &= 15 && | \, :1.2 \\ x^2 &= 12.5 && | \, \sqrt{} \\ x_2 &= \sqrt{12.5} \approx 3.536 \quad \vee \quad x_3 = -\sqrt{12.5} \approx -3.536 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h'(x) = 0 \quad \wedge \quad h''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} h''(0) &= -15 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \\ h''\left(\sqrt{12.5}\right) &= 30 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \\ h''\left(-\sqrt{12.5}\right) &= 30 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \end{aligned}$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$\begin{aligned} h(0) &= 0 && \Rightarrow \text{HP}(0 \mid 0) \\ h\left(\sqrt{12.5}\right) &= -46.875 && \Rightarrow \text{TP}_1(3.54 \mid -46.88) \\ h\left(-\sqrt{12.5}\right) &= -46.875 && \Rightarrow \text{TP}_2(-3.54 \mid -46.88) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Wendepunkt
notw. Bed.: $h''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 3.6x^2 - 15 && | +15 \\ 3.6x^2 &= 15 && | :3.6 \\ x^2 &= \frac{25}{6} && | \sqrt{} \\ x_1 &= \sqrt{\frac{25}{6}} \approx 2.041 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{\frac{25}{6}} \approx -2.041 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h''(x) = 0 \quad \wedge \quad h'''(x) \neq 0$

$$h'''\left(\sqrt{\frac{25}{6}}\right) \approx 14.697 \neq 0 \qquad \checkmark$$

$$h'''\left(-\sqrt{\frac{25}{6}}\right) \approx -14.697 \neq 0 \qquad \checkmark$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$h\left(\sqrt{\frac{25}{6}}\right) = -\frac{625}{24} \approx -26.042 \qquad \Rightarrow \mathrm{WP}_1(2.04 \mid -26.04)$$

$$h\left(-\sqrt{\frac{25}{6}}\right) = -\frac{625}{24} \approx -26.042 \qquad \Rightarrow \mathrm{WP}_2(-2.04 \mid -26.04)$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) $h(x) = 0.5x^4 - x^3 - 3.5x^2 + 4x + 6$

$$\begin{aligned} h'(x) &= 2x^3 - 3x^2 - 7x + 4 \\ h''(x) &= 6x^2 - 6x - 7 \\ h'''(x) &= 12x - 6 \end{aligned}$$

Nullstellen

$$\begin{aligned} 0 &= 0.5x^4 - x^3 - 3.5x^2 + 4x + 6 \quad | :0.5 \\ &= x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 \quad | x_1 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -7 & 8 & 12 \\ -1 & & -1 & 3 & 4 & -12 \\ \hline & 1 & -3 & -4 & 12 & 0 \end{array}$$

$$0 = x^3 - 3x^2 - 4x + 12 \quad | x_2 = 2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & -4 & 12 \\ 2 & & 2 & -2 & -12 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - x - 6 \\ x_{3/4} &= 0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 6} \\ x_3 &= 3 \quad \vee \quad x_4 = -2 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Extrempunkt
notw. Bed.: $h'(x) = 0$

$$0 = 2x^3 - 3x^2 - 7x + 4 \quad | \, x_1 = 0.5$$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & -3 & -7 & 4 \\ \frac{1}{2} & & 1 & -1 & -4 \\ \hline & 2 & -2 & -8 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^2 - 2x - 8 && | :2 \\ &= x^2 - x - 4 \\ x_{2/3} &= 0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 4} \\ x_2 &\approx 2.562 \quad \vee \quad x_3 \approx -1.562 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h'(x) = 0 \quad \wedge \quad h''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} h''(0.5) &= 6 \cdot 0.5^2 - 6 \cdot 0.5 - 7 = -8.5 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \\ h''(2.562) &= 6 \cdot 2.562^2 - 6 \cdot 2.562 - 7 \approx 17.011 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \\ h''(-1.562) &= 6 \cdot (-1.562)^2 - 6 \cdot (-1.562) - 7 \approx 17.011 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \end{aligned}$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$\begin{aligned} h(0.5) &\approx 7.031 && \Rightarrow \text{HP}(0.5 \mid 7.03) \\ h(2.562) &\approx -2.000 && \Rightarrow \text{TP}_1(2.56 \mid -2) \\ h(-1.562) &\approx -2.000 && \Rightarrow \text{TP}_2(-1.56 \mid -2) \end{aligned}$$

Wendepunkt
notw. Bed.: $h''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 6x^2 - 6x - 7 && | :6 \\ &= x^2 - x - \frac{7}{6} \\ x_{1/2} &= 0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + \frac{7}{6}} \\ x_1 &\approx 1.690 \quad \vee \quad x_2 \approx -0.690 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h''(x) = 0 \quad \wedge \quad h'''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} h'''(1.690) &= 12 \cdot 1.690 - 6 = 14.28 \neq 0 && \checkmark \\ h'''(-0.690) &= 12 \cdot (-0.690) - 6 = -14.28 \neq 0 && \checkmark \end{aligned}$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$\begin{aligned} h(1.690) &\approx 2.015 && \Rightarrow \text{WP}_1(1.69 \mid 2.02) \\ h(-0.690) &\approx 2.015 && \Rightarrow \text{WP}_2(-0.69 \mid 2.02) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

g) $h(x) = -0.7x^2 + 0.7x + 1.4$

$$\begin{aligned} h'(x) &= -1.4x + 0.7 \\ h''(x) &= -1.4 \\ h'''(x) &= 0 \end{aligned}$$

Nullstellen

$$\begin{aligned} 0 &= -0.7x^2 + 0.7x + 1.4 \quad | :(-0.7) \\ &= x^2 - x - 2 \\ x_{1/2} &= 0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 2} \\ x_1 = 2 \quad &\vee \quad x_2 = -1 \end{aligned}$$

Extrempunkt

notw. Bed.: $h'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -1.4x + 0.7 \quad | +1.4x \\ 1.4x &= 0.7 \quad | :1.4 \\ x &= 0.5 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h'(x) = 0 \quad \wedge \quad h''(x) \neq 0$

$$h''(0.5) = -1.4 < 0 \qquad \Rightarrow \text{HP}$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$h(0.5) = -0.7 \cdot 0.5^2 + 0.7 \cdot 0.5 + 1.4 = 1.575 \qquad \Rightarrow \text{HP}(0.5 \mid 1.58)$$

Wendepunkt

notw. Bed.: $h''(x) = 0$

Da $h''(x) = -1.4$ konstant ist, gibt es keine Stelle mit $h''(x) = 0$. Die Funktion besitzt also keinen Wendepunkt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

h) $h(x) = 0.4x^3 - 1.6x^2 - 2.8x + 11.2$

$$\begin{aligned} h'(x) &= 1.2x^2 - 3.2x - 2.8 \\ h''(x) &= 2.4x - 3.2 \\ h'''(x) &= 2.4 \end{aligned}$$

Nullstellen

$$0 = 0.4x^3 - 1.6x^2 - 2.8x + 11.2 \quad | \, x_1 = 4$$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.

	$\frac{2}{5}$	$-\frac{8}{5}$	$-\frac{14}{5}$	$\frac{56}{5}$
4		$\frac{8}{5}$	0	$-\frac{56}{5}$
	$\frac{2}{5}$	0	$-\frac{14}{5}$	0

$$\begin{aligned} 0 &= 0.4x^2 - 2.8 && | \, +2.8 \\ 0.4x^2 &= 2.8 && | \, :0.4 \\ x^2 &= 7 && | \, \sqrt{} \\ x_2 &= \sqrt{7} \approx 2.646 \quad \vee \quad x_3 = -\sqrt{7} \approx -2.646 \end{aligned}$$

Extrempunkt

notw. Bed.: $h'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 1.2x^2 - 3.2x - 2.8 && | \, :1.2 \\ &= x^2 - \frac{8}{3}x - \frac{7}{3} \\ x_{1/2} &= \frac{4}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{7}{3}} \\ x_1 &\approx 3.361 \quad \vee \quad x_2 \approx -0.694 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h'(x) = 0 \quad \wedge \quad h''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} h''(3.361) &= 2.4 \cdot 3.361 - 3.2 \approx 4.866 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \\ h''(-0.694) &= 2.4 \cdot (-0.694) - 3.2 \approx -4.866 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \end{aligned}$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$\begin{aligned} h(3.361) &\approx -1.098 && \Rightarrow \text{TP}(3.36 \mid -1.1) \\ h(-0.694) &\approx 12.239 && \Rightarrow \text{HP}(-0.69 \mid 12.24) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Wendepunkt

notw. Bed.: $h''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 2.4x - 3.2 && | +3.2 \\ 2.4x &= 3.2 && | :2.4 \\ x &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $h''(x) = 0 \quad \wedge \quad h'''(x) \neq 0$

$$h'''\left(\frac{4}{3}\right) = 2.4 \neq 0 \qquad \checkmark$$

y-Wert: $h(x) = y$

$$h\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{752}{135} \approx 5.570 \qquad \Rightarrow \text{WP}(1.33 \mid 5.57)$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**