DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe DBNzsY

Ein Unternehmen plant die Einführung eines neuen Produkts. Die Kostenfunktion lautet $K(x) = 0.05x + 4$ und die Gewinnfunktion $G(x) = -0.01x^2 + 0.45x - 4$.

a) Leiten Sie die zugehörige Preis-Absatz-Funktion her.

$$\begin{aligned} E(x) - K(x) &= G(x) && | +K(x) \\ E(x) &= G(x) + K(x) \\ &= -0.01x^2 + 0.45x - 4 + 0.05x + 4 \\ &= -0.01x^2 + 0.5x \end{aligned}$$

$$p(x) = \frac{E(x)}{x} = \frac{-0.01x^2 + 0.5x}{x} = -0.01x + 0.5$$

b) Für welche Produktionsmengen erzielt das Unternehmen Gewinn?

$$\begin{aligned} G(x) &= 0 \\ 0 &= -0.01x^2 + 0.45x - 4 && | :(-0.01) \\ 0 &= x^2 - 45x + 400 \\ x_{1/2} &= 22.5 \pm \sqrt{22.5^2 - 400} \\ x_1 &\approx 32.808 \quad \vee \quad x_2 \approx 12.192 \end{aligned}$$

Das Unternehmen erzielt Gewinn im Intervall $x \in [12.19\,;\,32.81]$.

c) Wie hoch ist der maximale Gewinn und welcher Preis gehört dazu?

$$\begin{aligned} G(x) &= -0.01x^2 + 0.45x - 4 \\ &= -0.01(x^2 - 45x) - 4 \\ &= -0.01(x^2 - 45x + 22.5^2 - 22.5^2) - 4 \\ &= -0.01\left((x - 22.5)^2 - 22.5^2\right) - 4 \\ &= -0.01(x - 22.5)^2 + 5.0625 - 4 \\ &= -0.01(x - 22.5)^2 + 1.0625 \\ &\Rightarrow S(22.5 \mid 1.06) \end{aligned}$$

$$p(22.5) = -0.01 \cdot 22.5 + 0.5 = 0.275$$

Der maximale Gewinn beträgt 1.06 GE bei einer Absatzmenge von 22.5 ME zu einem Preis von 0.275 GE.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) Wie groß sind der Höchstpreis und die Sättigungsmenge?

$$p(0) = -0.01 \cdot 0 + 0.5 = 0.5$$

$$\begin{aligned} p(x) &= 0 \\ 0 &= -0.01x + 0.5 \quad | +0.01x \\ 0.01x &= 0.5 \quad | :0.01 \\ x &= 50 \end{aligned}$$

Der Höchstpreis beträgt 0.5 GE und die Sättigungsmenge liegt bei 50 ME.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**