DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe DAswiG

Geben Sie die folgenden Funktionen in Faktorschreibweise an.

a) $f(x) = 2x^4 - 40x^2 + 128$

$$\begin{aligned}
0 &= 2x^4 - 40x^2 + 128 && | :2 \\
&= x^4 - 20x^2 + 64 && | \, x^2 = z \\
&= z^2 - 20z + 64 \\
z_{1/2} &= 10 \pm \sqrt{10^2 - 64} \\
z_1 &= 16 \quad \vee \quad z_2 = 4 && | \, x = \sqrt{z} \\
x_1 &= 4 \quad \vee \quad x_2 = -4 \quad \vee \quad x_3 = 2 \quad \vee \quad x_4 = -2 \\
&\Rightarrow f(x) = 2(x-4)(x+4)(x-2)(x+2)
\end{aligned}$$

b) $h(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{101}{16}x^2 + \frac{25}{16}$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{4}x^4 - \frac{101}{16}x^2 + \frac{25}{16} && | : \frac{1}{4} \\
&= x^4 - 25.25x^2 + 6.25 && | \, x^2 = z \\
&= z^2 - 25.25z + 6.25 \\
z_{1/2} &= 12.625 \pm \sqrt{12.625^2 - 6.25} \\
z_1 &= 25 \quad \vee \quad z_2 = 0.25 && | \, x = \sqrt{z} \\
x_1 &= 5 \quad \vee \quad x_2 = -5 \quad \vee \quad x_3 = 0.5 \quad \vee \quad x_4 = -0.5 \\
&\Rightarrow h(x) = \frac{1}{4}(x-5)(x+5)(x-0.5)(x+0.5)
\end{aligned}$$

c) $g(x) = 0.5x^4 - 5x^2 + 4.5$

$$\begin{aligned}
0 &= 0.5x^4 - 5x^2 + 4.5 && | :0.5 \\
&= x^4 - 10x^2 + 9 && | \, x^2 = z \\
&= z^2 - 10z + 9 \\
z_{1/2} &= 5 \pm \sqrt{5^2 - 9} \\
z_1 &= 9 \quad \vee \quad z_2 = 1 && | \, x = \sqrt{z} \\
x_1 &= 3 \quad \vee \quad x_2 = -3 \quad \vee \quad x_3 = 1 \quad \vee \quad x_4 = -1 \\
&\Rightarrow g(x) = 0.5(x-3)(x+3)(x-1)(x+1)
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $j(x) = \frac{1}{8}x^4 - 5x^2 + 18$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{8}x^4 - 5x^2 + 18 && | :\frac{1}{8} \\
&= x^4 - 40x^2 + 144 && | \ x^2 = z \\
&= z^2 - 40z + 144 \\
z_{1/2} &= 20 \pm \sqrt{20^2 - 144} \\
z_1 &= 36 \quad \vee \quad z_2 = 4 && | \ x = \sqrt{z} \\
x_1 &= 6 \quad \vee \quad x_2 = -6 \quad \vee \quad x_3 = 2 \quad \vee \quad x_4 = -2 \\
&\Rightarrow j(x) = \frac{1}{8}(x-6)(x+6)(x-2)(x+2)
\end{aligned}$$

e) $k(x) = -0.5x^4 + 29x^2 - 220.5$

$$\begin{aligned}
0 &= -0.5x^4 + 29x^2 - 220.5 && | :(-0.5) \\
&= x^4 - 58x^2 + 441 && | \ x^2 = z \\
&= z^2 - 58z + 441 \\
z_{1/2} &= 29 \pm \sqrt{29^2 - 441} \\
z_1 &= 49 \quad \vee \quad z_2 = 9 && | \ x = \sqrt{z} \\
x_1 &= 7 \quad \vee \quad x_2 = -7 \quad \vee \quad x_3 = 3 \quad \vee \quad x_4 = -3 \\
&\Rightarrow k(x) = -0.5(x-7)(x+7)(x-3)(x+3)
\end{aligned}$$

f) $m(x) = x^4 - \frac{281}{4}x^2 + 400$

$$\begin{aligned}
0 &= x^4 - \frac{281}{4}x^2 + 400 && | \ x^2 = z \\
&= z^2 - \frac{281}{4}z + 400 \\
z_{1/2} &= \frac{281}{8} \pm \sqrt{\left(\frac{281}{8}\right)^2 - 400} \\
z_1 &= 64 \quad \vee \quad z_2 = 6.25 && | \ x = \sqrt{z} \\
x_1 &= 8 \quad \vee \quad x_2 = -8 \quad \vee \quad x_3 = 2.5 \quad \vee \quad x_4 = -2.5 \\
&\Rightarrow m(x) = (x-8)(x+8)(x-2.5)(x+2.5)
\end{aligned}$$

g) $n(x) = 0.25x^4 - 24.25x^2 + 324$

$$\begin{aligned}
0 &= 0.25x^4 - 24.25x^2 + 324 && | :0.25 \\
&= x^4 - 97x^2 + 1296 && | \ x^2 = z \\
&= z^2 - 97z + 1296 \\
z_{1/2} &= 48.5 \pm \sqrt{48.5^2 - 1296} \\
z_1 &= 81 \quad \vee \quad z_2 = 16 && | \ x = \sqrt{z} \\
x_1 &= 9 \quad \vee \quad x_2 = -9 \quad \vee \quad x_3 = 4 \quad \vee \quad x_4 = -4 \\
&\Rightarrow n(x) = 0.25(x-9)(x+9)(x-4)(x+4)
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

h) $o(x) = x^6 - 7x^3 + 6$

$$\begin{aligned} 0 &= x^6 - 7x^3 + 6 && | \; x^3 = z \\ &= z^2 - 7z + 6 \\ z_{1/2} &= 3.5 \pm \sqrt{3.5^2 - 6} \\ z_1 &= 6 \quad \vee \quad z_2 = 1 && | \; x = \sqrt[3]{z} \\ x_1 &= \sqrt[3]{6} \approx 1.817 \quad \vee \quad x_2 = 1 \end{aligned}$$

Da mit $z = x^3$ substituiert wurde, gehören die Lösungen $z_1 = 6$ und $z_2 = 1$ zu x^3. Die Faktoren werden deshalb mit z gebildet und anschließend zurücksubstituiert:

$$\Rightarrow o(x) = (z - 6)(z - 1) = (x^3 - 6)(x^3 - 1)$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**