DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe D2nAkf

Sie sind dafür zuständig, den Verlauf eines neuen Fahrradwegs zu planen, der sich an einer Stelle mit einem bestehenden Weg kreuzen soll. Die Verläufe der beiden Wege können durch Parabeln beschrieben werden.

- Der neue Fahrradweg hat seinen Scheitelpunkt bei $S(2 \mid 8)$. Ein weiterer Punkt auf diesem Weg liegt bei $P(4 \mid 4)$.
- Der bestehende Weg wird durch $g(x) = -x^2 + 8x - 12$ beschrieben.

a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung $f(x)$ für den neuen Fahrradweg.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= a(x-2)^2 + 8 \\
f(4) &= 4 \\
a(4-2)^2 + 8 &= 4 && \mid -8 \\
4a &= -4 && \mid :4 \\
a &= -1 \\
\Rightarrow f(x) &= -(x-2)^2 + 8
\end{aligned}
$$

b) Berechnen Sie die Schnittpunkte der beiden Wege, um zu bestimmen, wo sich die beiden Verläufe kreuzen.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= g(x) \\
-(x-2)^2 + 8 &= -x^2 + 8x - 12 \\
-(x^2 - 4x + 4) + 8 &= -x^2 + 8x - 12 \\
-x^2 + 4x - 4 + 8 &= -x^2 + 8x - 12 \\
-x^2 + 4x + 4 &= -x^2 + 8x - 12 && \mid +x^2 - 8x - 4 \\
-4x &= -16 && \mid :(-4) \\
x &= 4 \\
f(4) &= -(4-2)^2 + 8 = -4 + 8 = 4 \\
&\Rightarrow Q(4 \mid 4)
\end{aligned}
$$

Die beiden Wege haben genau einen Schnittpunkt $Q(4 \mid 4)$.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) Ermitteln Sie die Schnittstellen des neuen Fahrradwegs $f(x)$ mit den Koordinatenachsen, um herauszufinden, wo der Weg beginnt und endet.

Schnitt mit der y-Achse:

$$\begin{aligned} f(0) &= -(0-2)^2 + 8 = -4 + 8 = 4 \\ &\Rightarrow S_y(0 \mid 4) \end{aligned}$$

Der Schnittpunkt mit der y-Achse liegt bei $S_y(0 \mid 4)$ und entspricht dem y-Achsenabschnitt.

Schnitt mit der x-Achse:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 0 &= -(x-2)^2 + 8 && \mid +(x-2)^2 \\ (x-2)^2 &= 8 && \mid \sqrt{} \\ x-2 &= \pm\sqrt{8} && \mid +2 \\ x_1 &= 2+\sqrt{8} \approx 4.828 \quad \vee \quad x_2 = 2-\sqrt{8} \approx -0.828 \\ &\Rightarrow S_{x1}(4.83 \mid 0),\ S_{x2}(-0.83 \mid 0) \end{aligned}$$

Der Start- und Endpunkt des Radweges liegen bei $x_2 \approx -0.83$ und $x_1 \approx 4.83$.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**