DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe CWc6LD

Betrachten Sie die folgenden Funktionen:

$$f_1(x) = \frac{1}{3}x^2 \qquad f_2(x) = -\frac{2}{5}x^2 + 3 \qquad f_3(x) = \frac{1}{4}(x+3)^2 \qquad f_4(x) = -\frac{3}{4}x + 1$$

a) Berechnen Sie die Nullstellen jeder Funktion.

$$\begin{aligned} f_1(x) &= 0 \\ 0 &= \frac{1}{3}x^2 \qquad | :\frac{1}{3} \\ 0 &= x^2 \\ \Rightarrow x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(x) &= 0 \\ 0 &= -0.4x^2 + 3 \qquad | +0.4x^2 \\ 0.4x^2 &= 3 \qquad | :0.4 \\ x^2 &= 7.5 \qquad | \sqrt{\ } \\ x_1 \approx 2.739 \quad &\vee \quad x_2 \approx -2.739 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3(x) &= 0 \\ 0 &= 0.25(x+3)^2 \qquad | :0.25 \\ 0 &= (x+3)^2 \qquad | \sqrt{\ } \\ 0 &= x + 3 \qquad | -x \\ -x &= 3 \qquad | :(-1) \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_4(x) &= 0 \\ 0 &= -0.75x + 1 \qquad | +0.75x \\ 0.75x &= 1 \qquad | :0.75 \\ x &= \frac{4}{3} \approx 1.333 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Ermitteln Sie die Schnittstellen für alle möglichen Funktionspaare, also f_1 mit f_2, f_1 mit f_3 usw. Insgesamt gibt es sechs verschiedene Kombinationen.

f_1 und f_2:

$$\begin{aligned}
f_1(x) &= f_2(x) \\
\frac{1}{3}x^2 &= -\frac{2}{5}x^2 + 3 && | +\frac{2}{5}x^2 \\
\frac{11}{15}x^2 &= 3 && | :\frac{11}{15} \\
x^2 &= \frac{45}{11} && | \sqrt{} \\
x_1 \approx 2.023 \quad &\vee \quad x_2 \approx -2.023
\end{aligned}$$

f_1 und f_3:

$$\begin{aligned}
f_1(x) &= f_3(x) \\
\frac{1}{3}x^2 &= 0.25(x+3)^2 \\
\frac{1}{3}x^2 &= 0.25(x^2+6x+9) \\
\frac{1}{3}x^2 &= 0.25x^2 + 1.5x + 2.25 && | -\frac{1}{3}x^2 \\
0 &= -\frac{1}{12}x^2 + 1.5x + 2.25 && | \cdot(-12) \\
0 &= x^2 - 18x - 27 \\
x_{1/2} &= 9 \pm \sqrt{9^2+27} \\
x_1 \approx 19.392 \quad &\vee \quad x_2 \approx -1.392
\end{aligned}$$

f_1 und f_4:

$$\begin{aligned}
f_1(x) &= f_4(x) \\
\frac{1}{3}x^2 &= -0.75x + 1 && | -\frac{1}{3}x^2 \\
0 &= -\frac{1}{3}x^2 - 0.75x + 1 && | \cdot(-3) \\
0 &= x^2 + 2.25x - 3 \\
x_{1/2} &= -1.125 \pm \sqrt{1.125^2+3} \\
x_1 \approx 0.940 \quad &\vee \quad x_2 \approx -3.190
\end{aligned}$$

f_2 und f_3:

$$\begin{aligned}
f_2(x) &= f_3(x) \\
-0.4x^2 + 3 &= 0.25(x^2+6x+9) \\
-0.4x^2 + 3 &= 0.25x^2 + 1.5x + 2.25 && | +0.4x^2 - 3 \\
0 &= 0.65x^2 + 1.5x - 0.75 && | :0.65 \\
0 &= x^2 + \frac{30}{13}x - \frac{15}{13} \\
x_{1/2} &= -\frac{15}{13} \pm \sqrt{\left(\frac{15}{13}\right)^2 + \frac{15}{13}} \\
x_1 \approx 0.423 \quad &\vee \quad x_2 \approx -2.730
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f_2 und f_4:

$$\begin{aligned} f_2(x) &= f_4(x) \\ -0.4x^2+3 &= -0.75x+1 && | +0.4x^2-3 \\ 0 &= 0.4x^2-0.75x-2 && | :0.4 \\ 0 &= x^2-1.875x-5 \\ x_{1/2} &= 0.9375 \pm \sqrt{0.9375^2+5} \\ x_1 &\approx 3.362 \quad \vee \quad x_2 \approx -1.487 \end{aligned}$$

f_3 und f_4:

$$\begin{aligned} f_3(x) &= f_4(x) \\ 0.25(x^2+6x+9) &= -0.75x+1 && | \cdot 4 \\ x^2+6x+9 &= -3x+4 && | -x^2-6x-9 \\ 0 &= -x^2-9x-5 && | :(-1) \\ 0 &= x^2+9x+5 \\ x_{1/2} &= -4.5 \pm \sqrt{4.5^2-5} \\ x_1 &\approx -0.595 \quad \vee \quad x_2 \approx -8.405 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**