DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe CN7rzZ

Wird der Abstand h der mittleren Änderungsrate weiter verkleinert, rücken die beiden Punkte auf dem Graphen unendlich nah zusammen. In diesem Grenzfall beschreibt die Sekantensteigung nicht mehr nur eine durchschnittliche Änderung zwischen zwei Punkten, sondern führt zur lokalen Änderungsrate – also zur Steigung an einer bestimmten Stelle. Der Begriff „lokal“ verdeutlicht, dass sich die Aussage auf einen einzelnen Punkt bezieht.

a) Bestimmen Sie die mittlere Änderungsrate mit denselben Intervallen wie in Aufgabe 7hhkVy und berechnen Sie für die Funktion $f(x) = x^2$ die jeweiligen mittleren Änderungsraten (Sekantensteigungen).

$$m_1 = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{2} = \frac{9 - 1}{2} = 4$$

$$m_2 = \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \frac{2^2 - 1^2}{1} = \frac{4 - 1}{1} = 3$$

$$m_3 = \frac{f(1.5) - f(1)}{1.5 - 1} = \frac{1.5^2 - 1^2}{0.5} = \frac{2.25 - 1}{0.5} = 2.5$$

$$m_4 = \frac{f(1.1) - f(1)}{1.1 - 1} = \frac{1.1^2 - 1^2}{0.1} = \frac{1.21 - 1}{0.1} = 2.1$$

$$m_5 = \frac{f(1.01) - f(1)}{1.01 - 1} = \frac{1.01^2 - 1^2}{0.01} = \frac{1.0201 - 1}{0.01} = 2.01$$

b) Schätzen Sie anschließend auf dieser Grundlage die lokale Änderungsrate an der Stelle $x = 1$ ab.

Die mittleren Änderungsraten nähern sich immer weiter dem Wert 2 an. Die lokale Änderungsrate an der Stelle $x = 1$ ist daher näherungsweise 2.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**