DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe Bkenx7

Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen.

a) $f(x) = 5x^2 + 8x - 21$

$$\begin{aligned} 0 &= 5x^2 + 8x - 21 && | :5 \\ &= x^2 + 1.6x - 4.2 \\ x_{1/2} &= -0.8 \pm \sqrt{(-0.8)^2 + 4.2} \\ x_1 &= 1.4 \quad \vee \quad x_2 = -3 \end{aligned}$$

b) $f(x) = 3x^3 - 13x^2 - 18x + 40$

$$0 = 3x^3 - 13x^2 - 18x + 40 \quad | \, x_1 = -2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -13 & -18 & 40 \\ -2 & & -6 & 38 & -40 \\ \hline & 3 & -19 & 20 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x^2 - 19x + 20 && | :3 \\ &= x^2 - \frac{19}{3}x + \frac{20}{3} \\ x_{2/3} &= \frac{19}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{19}{6}\right)^2 - \frac{20}{3}} \\ x_2 &= 5 \quad \vee \quad x_3 = \frac{4}{3} \approx 1.333 \end{aligned}$$

c) $f(x) = 2x^5 + 3x^4 + x^3$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^5 + 3x^4 + x^3 \\ &= x^3(2x^2 + 3x + 1) && | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^2 + 3x + 1 && | :2 \\ &= x^2 + 1.5x + 0.5 \\ x_{2/3} &= -0.75 \pm \sqrt{(-0.75)^2 - 0.5} \\ x_2 &= -0.5 \quad \vee \quad x_3 = -1 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $f(x) = 2x^3 - 7x^2 - 3x + 18$

$$0 = 2x^3 - 7x^2 - 3x + 18 \quad | \, x_1 = 2$$

$$\begin{array}{r|cccc} & 2 & -7 & -3 & 18 \\ 2 & & 4 & -6 & -18 \\ \hline & 2 & -3 & -9 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^2 - 3x - 9 && | :2 \\ &= x^2 - 1.5x - 4.5 \\ x_{2/3} &= 0.75 \pm \sqrt{0.75^2 + 4.5} \\ x_2 &= 3 \quad \vee \quad x_3 = -1.5 \end{aligned}$$

e) $f(x) = 2x^5 - 62.5x^3 + 312.5x$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^5 - 62.5x^3 + 312.5x \\ &= x(2x^4 - 62.5x^2 + 312.5) && | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^4 - 62.5x^2 + 312.5 && | :2 \\ &= x^4 - 31.25x^2 + 156.25 && | \, x^2 = z \\ &= z^2 - 31.25z + 156.25 \\ z_{1/2} &= 15.625 \pm \sqrt{15.625^2 - 156.25} \\ z_1 &= 25 \quad \vee \quad z_2 = 6.25 && | \, x = \sqrt{z} \\ x_2 &= 5 \quad \vee \quad x_3 = -5 \quad \vee \quad x_4 = 2.5 \quad \vee \quad x_5 = -2.5 \end{aligned}$$

f) $f(x) = 5x^3 - 12x^2 - 23x + 42$

$$0 = 5x^3 - 12x^2 - 23x + 42 \quad | \, x_1 = -2$$

$$\begin{array}{r|cccc} & 5 & -12 & -23 & 42 \\ -2 & & -10 & 44 & -42 \\ \hline & 5 & -22 & 21 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 5x^2 - 22x + 21 && | :5 \\ &= x^2 - 4.4x + 4.2 \\ x_{2/3} &= 2.2 \pm \sqrt{2.2^2 - 4.2} \\ x_2 &= 3 \quad \vee \quad x_3 = 1.4 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

g) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{29}{4}x^2 + \frac{441}{32}$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{2}x^4 - \frac{29}{4}x^2 + \frac{441}{32} && | :\frac{1}{2} \\
&= x^4 - \frac{29}{2}x^2 + \frac{441}{16} && | x^2 = z \\
&= z^2 - \frac{29}{2}z + \frac{441}{16} \\
z_{1/2} &= \frac{29}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{29}{4}\right)^2 - \frac{441}{16}} \\
z_1 &= 12.25 \quad \vee \quad z_2 = 2.25 && | x = \sqrt{z} \\
x_1 &= 3.5 \quad \vee \quad x_2 = -3.5 \quad \vee \quad x_3 = 1.5 \quad \vee \quad x_4 = -1.5
\end{aligned}$$

h) $f(x) = \frac{1}{5}x^3 + \frac{3}{25}x^2 - \frac{108}{125}x$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{5}x^3 + \frac{3}{25}x^2 - \frac{108}{125}x \\
&= x\left(\frac{1}{5}x^2 + \frac{3}{25}x - \frac{108}{125}\right) && | x_1 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{5}x^2 + \frac{3}{25}x - \frac{108}{125} && | \cdot 5 \\
&= x^2 + 0.6x - 4.32 \\
x_{2/3} &= -0.3 \pm \sqrt{(-0.3)^2 + 4.32} \\
x_2 &= 1.8 \quad \vee \quad x_3 = -2.4
\end{aligned}$$

i) $f(x) = -3x^5 + 48.03x^3 - 0.48x$

$$\begin{aligned}
0 &= -3x^5 + 48.03x^3 - 0.48x \\
&= x(-3x^4 + 48.03x^2 - 0.48) && | x_1 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= -3x^4 + 48.03x^2 - 0.48 && | :(-3) \\
&= x^4 - 16.01x^2 + 0.16 && | x^2 = z \\
&= z^2 - 16.01z + 0.16 \\
z_{1/2} &= 8.005 \pm \sqrt{8.005^2 - 0.16} \\
z_1 &= 16 \quad \vee \quad z_2 = 0.01 && | x = \sqrt{z} \\
x_2 &= 4 \quad \vee \quad x_3 = -4 \quad \vee \quad x_4 = 0.1 \quad \vee \quad x_5 = -0.1
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

j) $f(x) = 2x^3 + \frac{71}{5}x^2 + \frac{94}{25}x - \frac{832}{25}$

$$0 = 2x^3 + \frac{71}{5}x^2 + \frac{94}{25}x - \frac{832}{25} \quad | \, x_1 = -2$$

$$\begin{array}{r|cccc} & 2 & \frac{71}{5} & \frac{94}{25} & -\frac{832}{25} \\ -2 & & -4 & -\frac{102}{5} & \frac{832}{25} \\ \hline & 2 & \frac{51}{5} & -\frac{416}{25} & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^2 + \frac{51}{5}x - \frac{416}{25} \\ &= 2x^2 + 10.2x - 16.64 \qquad | :2 \\ &= x^2 + 5.1x - 8.32 \\ x_{2/3} &= -2.55 \pm \sqrt{(-2.55)^2 + 8.32} \\ x_2 &= 1.3 \quad \vee \quad x_3 = -6.4 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**