DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe BAWyE7

Bestimmen Sie den Parameter so, dass der Funktionsmittelwert im Intervall den angegebenen Wert hat.

a) $f(x) = x^3 + a \cdot x$ Intervall $[-1; 1]$ Mittelwert $m = 0$

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{1-(-1)} \int_{-1}^{1} (x^3 + a \cdot x)\, dx \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}ax^2 \right]_{-1}^{1} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \cdot 1^4 + \frac{1}{2}a \cdot 1^2 - \left(\frac{1}{4} \cdot (-1)^4 + \frac{1}{2}a \cdot (-1)^2 \right) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}a - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}a \right) \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

Der Mittelwert ist unabhängig von a immer 0. Die Bedingung $m = 0$ ist also für jeden Wert von a erfüllt.

b) $f(x) = -0.5x^2 + a$ Intervall $[-2; 2]$ Mittelwert $m = 1$

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{2-(-2)} \int_{-2}^{2} (-0.5x^2 + a)\, dx \\ &= \frac{1}{4} \left[-\frac{1}{6}x^3 + ax \right]_{-2}^{2} \\ &= \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{6} \cdot 2^3 + a \cdot 2 - \left(-\frac{1}{6} \cdot (-2)^3 + a \cdot (-2) \right) \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(-\frac{4}{3} + 2a - \left(\frac{4}{3} - 2a \right) \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(-\frac{8}{3} + 4a \right) \\ &= -\frac{2}{3} + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{2}{3} + a &= 1 \qquad | + \frac{2}{3} \\ a &= \frac{5}{3} \approx 1.667 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $f(x) = a \cdot x^3 + 2$ Intervall $[0;3]$ Mittelwert $m = 8$

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{3-0}\int_0^3 (a \cdot x^3 + 2)\,dx \\ &= \frac{1}{3}\left[\frac{1}{4}ax^4 + 2x\right]_0^3 \\ &= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}a \cdot 3^4 + 2 \cdot 3 - 0\right) \\ &= \frac{1}{3}\left(\frac{81}{4}a + 6\right) \\ &= \frac{27}{4}a + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{27}{4}a + 2 &= 8 && | -2 \\ \frac{27}{4}a &= 6 && | :\frac{27}{4} \\ a &= \frac{8}{9} \approx 0.889 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**