DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe AzMSsz

Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen.

a) $f(x) = x^5 - 4.25x^3 + x$

$$\begin{aligned} 0 &= x^5 - 4.25x^3 + x \\ &= x(x^4 - 4.25x^2 + 1) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 4.25x^2 + 1 && | \; x^2 = z \\ &= z^2 - 4.25z + 1 \\ z_{1/2} &= 2.125 \pm \sqrt{2.125^2 - 1} \\ z_1 = 4 \quad &\vee \quad z_2 = 0.25 && | \; x = \sqrt{z} \\ x_2 = 2 \quad &\vee \quad x_3 = -2 \quad \vee \quad x_4 = 0.5 \quad \vee \quad x_5 = -0.5 \end{aligned}$$

b) $f(x) = x^2 - 0.75x - 6.75$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 0.75x - 6.75 \\ x_{1/2} &= 0.375 \pm \sqrt{0.375^2 + 6.75} \\ x_1 = 3 \quad &\vee \quad x_2 = -2.25 \end{aligned}$$

c) $f(x) = x^5 - 1.5x^4 + 0.5x^3$

$$\begin{aligned} 0 &= x^5 - 1.5x^4 + 0.5x^3 \\ &= x^3(x^2 - 1.5x + 0.5) \quad | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 1.5x + 0.5 \\ x_{2/3} &= 0.75 \pm \sqrt{0.75^2 - 0.5} \\ x_2 = 1 \quad &\vee \quad x_3 = 0.5 \end{aligned}$$

d) $f(x) = x^3 - x^2 - 3.75x + 4.5$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.

$$0 = x^3 - x^2 - 3.75x + 4.5 \quad | \; x_1 = -2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -\frac{15}{4} & \frac{9}{2} \\ -2 & & -2 & 6 & -\frac{9}{2} \\ \hline & 1 & -3 & \frac{9}{4} & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 3x + 2.25 \\ x_{2/3} &= 1.5 \pm \sqrt{1.5^2 - 2.25} \\ &= 1.5 \pm \sqrt{0} \\ x_2 &= 1.5 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $f(x) = x^4 + 0.5x^3 - 7.5x^2$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 + 0.5x^3 - 7.5x^2 \\ &= x^2(x^2 + 0.5x - 7.5) \qquad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 + 0.5x - 7.5 \\ x_{2/3} &= -0.25 \pm \sqrt{(-0.25)^2 + 7.5} \\ x_2 &= 2.5 \quad \vee \quad x_3 = -3 \end{aligned}$$

f) $f(x) = x^2 + 2.5x - 6$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 + 2.5x - 6 \\ x_{1/2} &= -1.25 \pm \sqrt{(-1.25)^2 + 6} \\ x_1 &= 1.5 \quad \vee \quad x_2 = -4 \end{aligned}$$

g) $f(x) = x^3 - 3.5x^2 - 1.5x + 9$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.

$$0 = x^3 - 3.5x^2 - 1.5x + 9 \quad | \, x_1 = 2$$

	1	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{2}$	9
2		2	-3	-9
	1	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{9}{2}$	0

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 1.5x - 4.5 \\ x_{2/3} &= 0.75 \pm \sqrt{0.75^2 + 4.5} \\ x_2 &= 3 \quad \vee \quad x_3 = -1.5 \end{aligned}$$

h) $f(x) = x^4 - 11.25x^2 + 20.25$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 11.25x^2 + 20.25 && | \, x^2 = z \\ &= z^2 - 11.25z + 20.25 \\ z_{1/2} &= 5.625 \pm \sqrt{5.625^2 - 20.25} \\ z_1 &= 9 \quad \vee \quad z_2 = 2.25 && | \, x = \sqrt{z} \\ x_1 &= 3 \quad \vee \quad x_2 = -3 \quad \vee \quad x_3 = 1.5 \quad \vee \quad x_4 = -1.5 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

i) $f(x) = x^6 - 11.25x^4 + 20.25x^2$

$$\begin{aligned} 0 &= x^6 - 11.25x^4 + 20.25x^2 \\ &= x^2(x^4 - 11.25x^2 + 20.25) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 11.25x^2 + 20.25 && | \; x^2 = z \\ &= z^2 - 11.25z + 20.25 \\ z_{1/2} &= 5.625 \pm \sqrt{5.625^2 - 20.25} \\ z_1 = 9 \quad &\vee \quad z_2 = 2.25 && | \; x = \sqrt{z} \\ x_2 = 3 \quad &\vee \quad x_3 = -3 \quad \vee \quad x_4 = 1.5 \quad \vee \quad x_5 = -1.5 \end{aligned}$$

j) $f(x) = x^3 - 5.5x^2 + 3.5x + 10$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.

$$0 = x^3 - 5.5x^2 + 3.5x + 10 \quad | \; x_1 = -1$$

$$\begin{array}{r|cccc} & 1 & -\frac{11}{2} & \frac{7}{2} & 10 \\ -1 & & -1 & \frac{13}{2} & -10 \\ \hline & 1 & -\frac{13}{2} & 10 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 6.5x + 10 \\ x_{2/3} &= 3.25 \pm \sqrt{3.25^2 - 10} \\ x_2 = 4 \quad &\vee \quad x_3 = 2.5 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**