DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe AqgwLT

Das Unternehmen ProGrip GmbH, bekannt für hochwertiges Handwerkzeug, plant die Einführung eines neuen Schraubendreher-Sets. Der Marktpreis hängt von der produzierten Stückzahl ab. Die Marketingabteilung modelliert die Preis-Absatz-Funktion mit $p(x) = -0.15x + 18$. Die Produktion verursacht Fixkosten in Höhe von 220 GE, dazu kommen variable Kosten von 3.2 GE pro Stück. Beurteilen Sie auf Basis der mathematischen Modelle, ob eine Produktion unter den gegebenen Bedingungen wirtschaftlich tragbar ist.

a) Stellen Sie die Gesamtkostenfunktion in Abhängigkeit von x auf.

$$K(x) = 3.2x + 220$$

b) Bestimmen Sie das Intervall, in dem mit Gewinn gerechnet werden kann.

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= p(x) \cdot x - K(x) \\ &= (-0.15x + 18) \cdot x - (3.2x + 220) \\ &= -0.15x^2 + 18x - 3.2x - 220 \\ &= -0.15x^2 + 14.8x - 220 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x) &= 0 \\ 0 &= -0.15x^2 + 14.8x - 220 \qquad | :(-0.15) \\ 0 &= x^2 - \frac{296}{3}x + \frac{4400}{3} \\ x_{1/2} &= \frac{148}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{148}{3}\right)^2 - \frac{4400}{3}} \\ x_1 &\approx 80.432 \quad \vee \quad x_2 \approx 18.235 \end{aligned}$$

Gewinn wird im Intervall $x \in [18.23\,;\,80.43]$ erzielt.

c) Ermitteln Sie den Punkt, an dem der Gewinn maximal ist.

$$\begin{aligned} x_M &= 18.235 + \frac{80.432 - 18.235}{2} \approx 49.333 \\ G(49.333) &= -0.15 \cdot 49.333^2 + 14.8 \cdot 49.333 - 220 \approx 145.07 \\ &\Rightarrow S(49.33 \mid 145.07) \end{aligned}$$

Der maximale Gewinn beträgt etwa 145.07 GE bei 49.33 produzierten Mengeneinheiten.

d) Wie hoch ist der Preis je Set bei dieser Menge und wie beurteilen Sie diesen aus Marktsicht?

$$p(49.333) = -0.15 \cdot 49.333 + 18 \approx 10.60$$

Bei maximalem Gewinn liegt der Preis pro Set bei etwa 10.60 GE (ggf. Euro). Da dieser Preis im unteren Bereich der linearen Preis-Absatz-Funktion liegt, scheint er wettbewerbsfähig und marktgerecht, aber doch auch sehr günstig.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**