DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe A2XmFv

Sie sollen die Höhe eines parabelförmigen Brückenbogens bestimmen. Da der Bogen zu hoch für eine direkte Messung ist, messen Sie den Abstand der Fußpunkte, der 20 m beträgt. Zusätzlich ermitteln Sie die Höhe 2 m vom Fußpunkt entfernt, die 1.80 m beträgt.

a) Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Bogens.

Um die Rechnung zu vereinfachen, legen wir einen der Fußpunkte (z. B. den linken) in den Koordinatenursprung. Somit ist der y-Achsenabschnitt $c = 0$ und wir können die Funktionsgleichung $f(x) = ax^2 + bx$ bestimmen. Der Bogen verläuft dann durch die Punkte $(20 \mid 0)$ und $(2 \mid 1.8)$.

$$\begin{aligned} f(20) = 0 \quad &\Rightarrow \quad 0 = a \cdot 20^2 + b \cdot 20 \quad &= 400a + 20b \\ f(2) = 1.8 \quad &\Rightarrow \quad 1.8 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 \quad &= 4a + 2b \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 400 & 20 & 0 \\ 4 & 2 & 1.8 \end{array}\right) \qquad 100 \cdot \text{II} - \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 400 & 20 & 0 \\ 0 & 180 & 180 \end{array}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad & 180b = 180 && \mid :180 \\ & b = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 400a + 20 \cdot 1 = 0 && \mid -20 \\ & 400a = -20 && \mid :400 \\ & a = -0.05 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = -0.05x^2 + x$$

Andere Funktionsgleichungen sind durch ein anders positioniertes Koordinatensystem möglich.

b) Berechnen Sie die maximale Höhe des Bogens.

Da die Fußpunkte des Parabelbogens 20 m weit voneinander entfernt sind und wir in a) einen dieser Punkte in den Koordinatenursprung gelegt haben, befindet sich die Mitte des Parabelbogens bei $x = 10$.

$$\begin{aligned} f(10) &= -0.05 \cdot 10^2 + 10 \\ &= -0.05 \cdot 100 + 10 \\ &= -5 + 10 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Die maximale Höhe des Parabelbogens beträgt 5 m.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**