DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 9fWh8b

Ein Unternehmen für nachhaltige Verpackungslösungen plant, eine neue Linie umweltfreundlicher Versandboxen auf den Markt zu bringen. Vor der Produktionsfreigabe soll geprüft werden, ob sich die Herstellung wirtschaftlich lohnt. Aus einer Marktanalyse ergibt sich, dass der Verkaufspreis in Abhängigkeit von der Absatzmenge x (in Mengeneinheiten) durch folgende Funktion beschrieben werden kann: $p(x) = -0.25x + 25$ Die variablen Produktionskosten pro Box betragen 2.5 GE. Zusätzlich fallen Fixkosten z. B. für die Umrüstung der Produktionsstraße auf Recyclingmaterialien in Höhe von 350 GE an. Die Geschäftsleitung bittet Sie um eine betriebswirtschaftlich fundierte Einschätzung.

a) Stellen Sie eine Funktion auf, die die Gesamtkosten für die Produktion der Verpackungsboxen in Abhängigkeit von x beschreibt.

$$K(x) = 2.5x + 350$$

b) Ermitteln Sie, bis zu welcher Verkaufsmenge eine wirtschaftlich sinnvolle Produktion möglich ist (Sättigungsmenge).

$$\begin{aligned} p(x) &= 0 \\ 0 &= -0.25x + 25 \quad | +0.25x \\ 0.25x &= 25 \quad | :0.25 \\ x &= 100 \end{aligned}$$

Die Sättigungsmenge liegt bei 100 ME. Eine wirtschaftliche Produktion ist im Intervall $D_{\text{ök}} = [0\,;\,100]$ sinnvoll.

c) Bestimmen Sie, in welchem Intervall ein Gewinn erzielt werden kann.

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= p(x) \cdot x - K(x) \\ &= (-0.25x + 25) \cdot x - (2.5x + 350) \\ &= -0.25x^2 + 25x - 2.5x - 350 \\ &= -0.25x^2 + 22.5x - 350 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x) &= 0 \\ 0 &= -0.25x^2 + 22.5x - 350 \quad | \cdot(-4) \\ 0 &= x^2 - 90x + 1400 \\ x_{1/2} &= 45 \pm \sqrt{45^2 - 1400} \\ x_G &= 70 \quad \vee \quad x_S = 20 \end{aligned}$$

Ein Gewinn wird im Intervall $x \in [20\,;\,70]$ erzielt.

d) Berechnen Sie, bei welcher Ausbringungsmenge der Gewinn am größten ist.

$$x_M = 20 + \frac{70 - 20}{2} = 45$$

Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge beträgt 45 ME.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) Ermitteln Sie den Preis, der bei dieser gewinnmaximalen Menge verlangt werden kann.

$$p(45) = -0.25 \cdot 45 + 25 = 13.75$$

Der gewinnmaximierende Preis beträgt 13.75 GE.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**