DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 8BTVaz

In einer Leiterplattenfertigung wird eine transparente Schutzlackschicht (Conformal Coating) aufgetragen, damit die Elektronik gegen Feuchtigkeit geschützt ist. Während eines Sprühdurchgangs ist die Schichtdicke nicht konstant: Das Sprühbild baut sich auf, läuft stabil und nimmt am Ende wieder ab. Als Qualitätsvorgabe gilt: Im Mittel sollen 12 µm erreicht werden. Die momentane Schichtdicke $d(t)$ (in µm) wird modelliert durch:

$$d(t) = 0.0012t^3 - 0.06t^2 + 1.1t + 9 \qquad \text{für } 0 \le t \le 20$$

mit t in s.

a) Für die Freigabe eines Sprühprogramms ist der Durchschnitt entscheidend: Bestimmen Sie die mittlere Schichtdicke im Intervall $[0; 20]$.

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{20-0}\int_0^{20} (0.0012t^3 - 0.06t^2 + 1.1t + 9)\,dt \\ &= \frac{1}{20}\left[0.0003t^4 - 0.02t^3 + 0.55t^2 + 9t\right]_0^{20} \\ &= \frac{1}{20}\left(0.0003 \cdot 20^4 - 0.02 \cdot 20^3 + 0.55 \cdot 20^2 + 9 \cdot 20 - 0\right) \\ &= \frac{1}{20}\left(48 - 160 + 220 + 180\right) \\ &= \frac{288}{20} = 14.4 \end{aligned}$$

Die mittlere Schichtdicke beträgt also 14.4 µm.

b) Die Spezifikation fordert 12 µm ± 0.5 µm als mittlere Schichtdicke. Prüfen Sie anhand des Ergebnisses aus a), ob das Sprühprogramm die Spezifikation erfüllt.

Die zulässige mittlere Schichtdicke liegt im Bereich

$$11.5 \le m \le 12.5$$

Aus a) gilt $m = 14.4 > 12.5$. Die Spezifikation wird also nicht erfüllt, die mittlere Schichtdicke ist zu groß.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) Die Schichtdicke soll während des Durchgangs möglichst stabil bleiben und darf zu keinem Zeitpunkt unter 10 µm fallen. Prüfen Sie diese Mindestanforderung auch an den Randpunkten der Funktion.

$$d'(t) = 0.0036t^2 - 0.12t + 1.1$$
$$d''(t) = 0.0072t - 0.12$$

notw. Bed.: $d'(t) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.0036t^2 - 0.12t + 1.1 \quad | :0.0036 \\ &= t^2 - \frac{100}{3}t + \frac{2750}{9} \\ t_{1/2} &= \frac{50}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{50}{3}\right)^2 - \frac{2750}{9}} \\ &= \frac{50}{3} \pm \sqrt{-\frac{250}{9}} \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. ⇒ keine Extremstellen

Da $d'(t)$ keine Nullstellen hat und $d'(0) = 1.1 > 0$ gilt, steigt die Schichtdicke im ganzen Intervall. Der kleinste Wert liegt daher am Rand.

Randwerte:

$$d(0) = 0.0012 \cdot 0^3 - 0.06 \cdot 0^2 + 1.1 \cdot 0 + 9 = 9$$
$$d(20) = 0.0012 \cdot 20^3 - 0.06 \cdot 20^2 + 1.1 \cdot 20 + 9 = 16.6$$

Der kleinste Wert im Intervall ist $d(0) = 9\,\mu m$. Da $9 < 10$ ist, wird die Mindestanforderung von 10 µm nicht erfüllt.

d) Falls die Spezifikation nicht erfüllt ist: Formulieren Sie eine kurze technische Konsequenz und nennen Sie einen Modellhinweis, der diese Empfehlung stützt.

Technische Konsequenz: Die Sprühparameter sollten angepasst werden.

Ein Modellhinweis dafür ist, dass die mittlere Schichtdicke mit 14.4 µm deutlich über dem Sollbereich von $12\,\mu m \pm 0.5\,\mu m$ liegt. Außerdem wird die Mindestdicke von 10 µm zu Beginn des Durchgangs mit $d(0) = 9\,\mu m$ unterschritten.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**