DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 82q1TW

Bestimmen Sie für jede der folgenden Funktionen den Mittelwert im angegebenen Intervall.

a) $f(x) = -0.5x^3 + 2x^2 - x + 1$ Intervall: $[-2; 1]$

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{1}{1-(-2)} \int_{-2}^{1} (-0.5x^3 + 2x^2 - x + 1)\, dx \\
&= \frac{1}{3} \left[-\frac{1}{8}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x \right]_{-2}^{1} \\
&= \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{8} \cdot 1^4 + \frac{2}{3} \cdot 1^3 - \frac{1}{2} \cdot 1^2 + 1 - \left(-\frac{1}{8} \cdot (-2)^4 + \frac{2}{3} \cdot (-2)^3 - \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 + (-2) \right) \right) \\
&= \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{8} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 1 - \left(-2 - \frac{16}{3} - 2 - 2 \right) \right) \\
&= \frac{1}{3} \left(\frac{25}{24} - \left(-\frac{34}{3} \right) \right) \\
&= \frac{1}{3} \cdot \frac{99}{8} \\
&= \frac{33}{8} = 4.125
\end{aligned}
$$

b) $f(x) = 0.25x^4 - 2x^2 + 3$ Intervall: $[0; 2]$

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{1}{2-0} \int_{0}^{2} (0.25x^4 - 2x^2 + 3)\, dx \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{20}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 3x \right]_{0}^{2} \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{20} \cdot 2^5 - \frac{2}{3} \cdot 2^3 + 3 \cdot 2 - 0 \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{8}{5} - \frac{16}{3} + 6 \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{34}{15} \\
&= \frac{17}{15} \approx 1.133
\end{aligned}
$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $f(x) = x^5 - 5x^3 + 4x$ Intervall: $[-1; 1]$

$$\begin{aligned}
m &= \frac{1}{1-(-1)} \int_{-1}^{1} (x^5 - 5x^3 + 4x)\, dx \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{6}x^6 - \frac{5}{4}x^4 + 2x^2 \right]_{-1}^{1} \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \cdot 1^6 - \frac{5}{4} \cdot 1^4 + 2 \cdot 1^2 - \left(\frac{1}{6} \cdot (-1)^6 - \frac{5}{4} \cdot (-1)^4 + 2 \cdot (-1)^2 \right) \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{11}{12} - \frac{11}{12} \right) \\
&= 0
\end{aligned}$$

d) $f(x) = 2x^3 - 9x + 6$ Intervall: $[1; 4]$

$$\begin{aligned}
m &= \frac{1}{4-1} \int_{1}^{4} (2x^3 - 9x + 6)\, dx \\
&= \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2}x^4 - \frac{9}{2}x^2 + 6x \right]_{1}^{4} \\
&= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \cdot 4^4 - \frac{9}{2} \cdot 4^2 + 6 \cdot 4 - \left(\frac{1}{2} \cdot 1^4 - \frac{9}{2} \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 \right) \right) \\
&= \frac{1}{3} \left(128 - 72 + 24 - \left(\frac{1}{2} - \frac{9}{2} + 6 \right) \right) \\
&= \frac{1}{3}(80 - 2) \\
&= \frac{78}{3} = 26
\end{aligned}$$

e) $f(x) = -x^4 + 4x^3 - x^2$ Intervall: $[0; 3]$

$$\begin{aligned}
m &= \frac{1}{3-0} \int_{0}^{3} (-x^4 + 4x^3 - x^2)\, dx \\
&= \frac{1}{3} \left[-\frac{1}{5}x^5 + x^4 - \frac{1}{3}x^3 \right]_{0}^{3} \\
&= \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{5} \cdot 3^5 + 3^4 - \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 0 \right) \\
&= \frac{1}{3} \left(-\frac{243}{5} + 81 - 9 \right) \\
&= \frac{1}{3} \cdot \frac{117}{5} \\
&= \frac{39}{5} = 7.8
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) $f(x) = 1.2x^2 - 3.6x + 2.4$ Intervall: $[-1; 2]$

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{1}{2-(-1)} \int_{-1}^{2} (1.2x^2 - 3.6x + 2.4)\, dx \\
&= \frac{1}{3} \left[0.4x^3 - 1.8x^2 + 2.4x\right]_{-1}^{2} \\
&= \frac{1}{3} \left(0.4 \cdot 2^3 - 1.8 \cdot 2^2 + 2.4 \cdot 2 - \left(0.4 \cdot (-1)^3 - 1.8 \cdot (-1)^2 + 2.4 \cdot (-1)\right)\right) \\
&= \frac{1}{3} \left(3.2 - 7.2 + 4.8 - (-0.4 - 1.8 - 2.4)\right) \\
&= \frac{1}{3} \left(0.8 - (-4.6)\right) \\
&= \frac{1}{3} \cdot 5.4 \\
&= 1.8
\end{aligned}
$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**