DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 7s3e34

In einer Verpackungslinie wird der Durchsatz $r(t)$ (Pakete pro Minute) während einer 12-minütigen Einlaufphase modelliert durch

$$r(t) = -0.05t^3 + 0.6t^2 + 1.2t \qquad \text{für } 0 \le t \le 12.$$

a) Die Schichtleitung möchte wissen, wie viele Pakete in der Einlaufphase tatsächlich durchgelaufen sind. Ermitteln Sie diese Gesamtzahl und erläutern Sie kurz, wie sie im Modell mit $r(t)$ zusammenhängt.

$$\begin{aligned} P &= \int_0^{12} (-0.05t^3 + 0.6t^2 + 1.2t)\,dt \\ &= \left[-0.0125t^4 + 0.2t^3 + 0.6t^2\right]_0^{12} \\ &= -0.0125 \cdot 12^4 + 0.2 \cdot 12^3 + 0.6 \cdot 12^2 - 0 \\ &= -259.2 + 345.6 + 86.4 \\ &= 172.8 \end{aligned}$$

Im Modell laufen in der Einlaufphase insgesamt 172.8, also rund 173 Pakete durch.

Da $r(t)$ die Durchsatzrate in Paketen pro Minute beschreibt, liefert das bestimmte Integral über $[0;12]$ die Gesamtzahl der Pakete. Sie entspricht der Fläche unter dem Graphen von r im Intervall $[0;12]$.

b) Um die Einlaufphase mit anderen Tagen zu vergleichen, soll die schwankende Kurve durch eine durchschnittliche „Ersatzrate“ beschrieben werden. Bestimmen Sie diese.

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{12-0} \int_0^{12} (-0.05t^3 + 0.6t^2 + 1.2t)\,dt \\ &= \frac{1}{12} \left[-0.0125t^4 + 0.2t^3 + 0.6t^2\right]_0^{12} \\ &= \frac{1}{12} \left(-0.0125 \cdot 12^4 + 0.2 \cdot 12^3 + 0.6 \cdot 12^2 - 0\right) \\ &= \frac{1}{12} \cdot 172.8 \\ &= 14.4 \end{aligned}$$

Die durchschnittliche Ersatzrate beträgt 14.4 Pakete pro Minute.

c) In der Einsatzplanung wurde fälschlich mit einer konstanten Rate von 25 Paketen/Minute kalkuliert. Entscheiden Sie anhand Ihrer Ergebnisse, ob dadurch Personal eher über- oder unterplant wurde, und begründen Sie kurz.

Aus b) ergibt sich eine tatsächliche durchschnittliche Rate von 14.4 Paketen pro Minute, geplant wurde mit 25 Paketen pro Minute. Da $25 > 14.4$ gilt, wurde mit einer deutlich zu hohen konstanten Rate gerechnet. Das Personal wurde also eher überplant.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**