DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 7azAAR

Bestimmen Sie die Variablen mit Hilfe des Gauß-Verfahrens.

a) $9a + 3b + c = 35$
$4a + 2b + c = 16$
$a - b + c = 7$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 9 & 3 & 1 & 35 \\ 4 & 2 & 1 & 16 \\ 1 & -1 & 1 & 7 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} 9 \cdot \text{II} - 4 \cdot \text{I} \\ 9 \cdot \text{III} - \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 9 & 3 & 1 & 35 \\ 0 & 6 & 5 & 4 \\ 0 & -12 & 8 & 28 \end{array}\right) \quad \text{III} + 2 \cdot \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 9 & 3 & 1 & 35 \\ 0 & 6 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 18 & 36 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lll} \text{III} & 18c = 36 & \mid :18 \\ & c = 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{II} & 6b + 5 \cdot 2 = 4 & \mid -10 \\ & 6b = -6 & \mid :6 \\ & b = -1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{I} & 9a + 3 \cdot (-1) + 2 = 35 & \\ & 9a - 1 = 35 & \mid +1 \\ & 9a = 36 & \mid :9 \\ & a = 4 & \end{array}$$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(4\ ;\ -1\ ;\ 2)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) $9a + 3b + c = 32.45$

$16a - 4b + c = -38.6$

$49a - 7b + c = -91.55$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 9 & 3 & 1 & 32.45 \\ 16 & -4 & 1 & -38.6 \\ 49 & -7 & 1 & -91.55 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} 9 \cdot \text{II} - 16 \cdot \text{I} \\ 9 \cdot \text{III} - 49 \cdot \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 9 & 3 & 1 & 32.45 \\ 0 & -84 & -7 & -866.6 \\ 0 & -210 & -40 & -2414 \end{array}\right) \quad 2 \cdot \text{III} - 5 \cdot \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 9 & 3 & 1 & 32.45 \\ 0 & -84 & -7 & -866.6 \\ 0 & 0 & -45 & -495 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lll} \text{III} & -45c = -495 & \mid :(-45) \\ & c = 11 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{II} & -84b - 7 \cdot 11 = -866.6 & \\ & -84b - 77 = -866.6 & \mid +77 \\ & -84b = -789.6 & \mid :(-84) \\ & b = 9.4 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{I} & 9a + 3 \cdot 9.4 + 11 = 32.45 & \\ & 9a + 39.2 = 32.45 & \mid -39.2 \\ & 9a = -6.75 & \mid :9 \\ & a = -0.75 & \end{array}$$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(-0.75\ ;\ 9.4\ ;\ 11)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $25x_1 + 5x_2 + x_3 = 27.04$
$64x_1 + 8x_2 + x_3 = 39.52$
$4x_1 - 2x_2 + x_3 = -0.68$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 25 & 5 & 1 & 27.04 \\ 64 & 8 & 1 & 39.52 \\ 4 & -2 & 1 & -0.68 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} 25 \cdot \text{II} - 64 \cdot \text{I} \\ 25 \cdot \text{III} - 4 \cdot \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 25 & 5 & 1 & 27.04 \\ 0 & -120 & -39 & -742.56 \\ 0 & -70 & 21 & -125.16 \end{array}\right) \quad 12 \cdot \text{III} - 7 \cdot \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 25 & 5 & 1 & 27.04 \\ 0 & -120 & -39 & -742.56 \\ 0 & 0 & 525 & 3696 \end{array}\right)$$

III $525x_3 = 3696 \quad | :525$
$x_3 = 7.04$

II $-120x_2 - 39 \cdot 7.04 = -742.56$
$-120x_2 - 274.56 = -742.56 \quad | +274.56$
$-120x_2 = -468 \quad | :(-120)$
$x_2 = 3.9$

I $25x_1 + 5 \cdot 3.9 + 7.04 = 27.04$
$25x_1 + 26.54 = 27.04 \quad | -26.54$
$25x_1 = 0.5 \quad | :25$
$x_1 = 0.02$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(0.02 \ ; \ 3.9 \ ; \ 7.04)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $4r - 2s + t = \frac{344}{33}$

$r + s + t = -\frac{415}{132}$

$121r + 11s + t = -\frac{155}{12}$

Der Einfachheit halber wird hier die Stufenform ausgehend von der rechten Spalte gebildet.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & 1 & \frac{344}{33} \\ 1 & 1 & 1 & -\frac{415}{132} \\ 121 & 11 & 1 & -\frac{155}{12} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \text{II} - \text{I} \\ \text{III} - \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & 1 & \frac{344}{33} \\ -3 & 3 & 0 & -\frac{597}{44} \\ 117 & 13 & 0 & -\frac{1027}{44} \end{array}\right) \quad 3 \cdot \text{III} - 13 \cdot \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & 1 & \frac{344}{33} \\ -3 & 3 & 0 & -\frac{597}{44} \\ 390 & 0 & 0 & \frac{1170}{11} \end{array}\right)$$

III $\quad 390r = \frac{1170}{11} \qquad | :390$

$r = \frac{3}{11}$

II $\quad -3 \cdot \frac{3}{11} + 3s = -\frac{597}{44}$

$-\frac{9}{11} + 3s = -\frac{597}{44} \qquad | +\frac{9}{11}$

$3s = -\frac{561}{44} \qquad | :3$

$s = -\frac{17}{4}$

I $\quad 4 \cdot \frac{3}{11} - 2 \cdot \left(-\frac{17}{4}\right) + t = \frac{344}{33}$

$\frac{12}{11} + \frac{17}{2} + t = \frac{344}{33}$

$\frac{211}{22} + t = \frac{344}{33} \qquad | -\frac{211}{22}$

$t = \frac{5}{6}$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \left\{\left(\frac{3}{11}\ ;\ -\frac{17}{4}\ ;\ \frac{5}{6}\right)\right\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $\frac{1}{25}a + \frac{1}{5}b + c = -0.057$

$361a - 19b + c = -676.857$

$\frac{324}{25}a + \frac{18}{5}b + c = -24.282$

Der Einfachheit halber wird hier die Stufenform ausgehend von der rechten Spalte gebildet.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0.04 & 0.2 & 1 & -0.057 \\ 361 & -19 & 1 & -676.857 \\ 12.96 & 3.6 & 1 & -24.282 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \text{II} - \text{I} \\ \text{III} - \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0.04 & 0.2 & 1 & -0.057 \\ 360.96 & -19.2 & 0 & -676.8 \\ 12.92 & 3.4 & 0 & -24.225 \end{array}\right) \quad 96 \cdot \text{III} + 17 \cdot \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0.04 & 0.2 & 1 & -0.057 \\ 360.96 & -19.2 & 0 & -676.8 \\ 7376.64 & 0 & 0 & -13831.2 \end{array}\right)$$

III $7376.64a = -13831.2 \quad | :7376.64$

$a = -1.875$

II $360.96 \cdot (-1.875) - 19.2b = -676.8$

$-676.8 - 19.2b = -676.8 \quad | +676.8$

$-19.2b = 0 \quad | :(-19.2)$

$b = 0$

I $0.04 \cdot (-1.875) + 0.2 \cdot 0 + c = -0.057$

$-0.075 + c = -0.057 \quad | +0.075$

$c = 0.018$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(-1.875\ ;\ 0\ ;\ 0.018)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) $100u + 10v + w = -138$

$256u - 16v + w = -720.4$

$\frac{5329}{25}u + \frac{73}{5}v + w = -464.278$

Der Einfachheit halber wird hier die Stufenform ausgehend von der rechten Spalte gebildet.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 100 & 10 & 1 & -138 \\ 256 & -16 & 1 & -720.4 \\ 213.16 & 14.6 & 1 & -464.278 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \text{II} - \text{I} \\ \text{III} - \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 100 & 10 & 1 & -138 \\ 156 & -26 & 0 & -582.4 \\ 113.16 & 4.6 & 0 & -326.278 \end{array}\right) \quad 130 \cdot \text{III} + 23 \cdot \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 100 & 10 & 1 & -138 \\ 156 & -26 & 0 & -582.4 \\ 18298.8 & 0 & 0 & -55811.34 \end{array}\right)$$

III $18298.8u = -55811.34 \quad | :18298.8$

$u = -3.05$

II $156 \cdot (-3.05) - 26v = -582.4$

$-475.8 - 26v = -582.4 \quad | +475.8$

$-26v = -106.6 \quad | :(-26)$

$v = 4.1$

I $100 \cdot (-3.05) + 10 \cdot 4.1 + w = -138$

$-264 + w = -138 \quad | +264$

$w = 126$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(-3.05\ ;\ 4.1\ ;\ 126)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**