DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 7WSyJz

Berechnen Sie jeweils das bestimmte Integral der Funktion in den angegebenen Intervallen.

a) $f(x) = 2x - 3 \qquad I_1 = [-1; 4], \quad I_2 = [0; 2]$

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{4} (2x-3)\,dx &= \Big[x^2 - 3x\Big]_{-1}^{4} \\ &= 4^2 - 3 \cdot 4 - \Big((-1)^2 - 3 \cdot (-1)\Big) \\ &= 16 - 12 - (1+3) \\ &= 4 - 4 \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{0}^{2} (2x-3)\,dx &= \Big[x^2 - 3x\Big]_{0}^{2} \\ &= 2^2 - 3 \cdot 2 - 0 \\ &= 4 - 6 \\ &= -2\end{aligned}$$

b) $g(x) = x^2 - 4x + 1 \qquad I_1 = [0; 5], \quad I_2 = [1; 3]$

$$\begin{aligned}\int_{0}^{5} (x^2-4x+1)\,dx &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x\right]_{0}^{5} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 5^3 - 2 \cdot 5^2 + 5 - 0 \\ &= \frac{125}{3} - 50 + 5 \\ &= -\frac{10}{3} \approx -3.333\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{1}^{3} (x^2-4x+1)\,dx &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x\right]_{1}^{3} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 2 \cdot 3^2 + 3 - \left(\frac{1}{3} \cdot 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 1\right) \\ &= 9 - 18 + 3 - \left(\frac{1}{3} - 2 + 1\right) \\ &= -6 - \left(-\frac{2}{3}\right) \\ &= -\frac{16}{3} \approx -5.333\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $h(x) = -0.5x^3 + 2x \qquad I_1 = [-2;2], \quad I_2 = [0;3]$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^{2}(-0.5x^3+2x)\,dx &= \Big[-0.125x^4+x^2\Big]_{-2}^{2}\\ &= -0.125\cdot 2^4+2^2-\Big(-0.125\cdot(-2)^4+(-2)^2\Big)\\ &= -2+4-(-2+4)\\ &= 2-2\\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{0}^{3}(-0.5x^3+2x)\,dx &= \Big[-0.125x^4+x^2\Big]_{0}^{3}\\ &= -0.125\cdot 3^4+3^2-0\\ &= -10.125+9\\ &= -1.125\end{aligned}$$

d) $k(x) = x^2 + x - 2 \qquad I_1 = [-2;1], \quad I_2 = [0;4]$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^{1}(x^2+x-2)\,dx &= \left[\frac{1}{3}x^3+0.5x^2-2x\right]_{-2}^{1}\\ &= \frac{1}{3}\cdot 1^3+0.5\cdot 1^2-2\cdot 1-\left(\frac{1}{3}\cdot(-2)^3+0.5\cdot(-2)^2-2\cdot(-2)\right)\\ &= \frac{1}{3}+0.5-2-\left(-\frac{8}{3}+2+4\right)\\ &= -\frac{7}{6}-\frac{10}{3}\\ &= -4.5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{0}^{4}(x^2+x-2)\,dx &= \left[\frac{1}{3}x^3+0.5x^2-2x\right]_{0}^{4}\\ &= \frac{1}{3}\cdot 4^3+0.5\cdot 4^2-2\cdot 4-0\\ &= \frac{64}{3}+8-8\\ &= \frac{64}{3}\approx 21.333\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $m(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1 \qquad I_1 = [-2;2], \quad I_2 = [0;1]$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^{2}\left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1\right)dx &= \left[\frac{1}{20}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + x\right]_{-2}^{2}\\ &= \frac{1}{20}\cdot 2^5 - \frac{2}{3}\cdot 2^3 + 2 - \left(\frac{1}{20}\cdot(-2)^5 - \frac{2}{3}\cdot(-2)^3 + (-2)\right)\\ &= \frac{8}{5} - \frac{16}{3} + 2 - \left(-\frac{8}{5} + \frac{16}{3} - 2\right)\\ &= -\frac{26}{15} - \frac{26}{15}\\ &= -\frac{52}{15} \approx -3.467\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{0}^{1}\left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1\right)dx &= \left[\frac{1}{20}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + x\right]_{0}^{1}\\ &= \frac{1}{20}\cdot 1^5 - \frac{2}{3}\cdot 1^3 + 1 - 0\\ &= \frac{1}{20} - \frac{2}{3} + 1\\ &= \frac{23}{60} \approx 0.383\end{aligned}$$

f) $n(x) = -x^3 + 3x^2 - 2 \qquad I_1 = [0;3], \quad I_2 = [1;4]$

$$\begin{aligned}\int_{0}^{3}(-x^3 + 3x^2 - 2)\,dx &= \left[-0.25x^4 + x^3 - 2x\right]_{0}^{3}\\ &= -0.25\cdot 3^4 + 3^3 - 2\cdot 3 - 0\\ &= -20.25 + 27 - 6\\ &= 0.75\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{1}^{4}(-x^3 + 3x^2 - 2)\,dx &= \left[-0.25x^4 + x^3 - 2x\right]_{1}^{4}\\ &= -0.25\cdot 4^4 + 4^3 - 2\cdot 4 - \left(-0.25\cdot 1^4 + 1^3 - 2\cdot 1\right)\\ &= -64 + 64 - 8 - (-0.25 + 1 - 2)\\ &= -8 - (-1.25)\\ &= -6.75\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**