DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 7DvcC7

Bestimmen Sie zu jeder Funktion die Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte.

a) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x - 6 \\ f''(x) &= 2 \\ f'''(x) &= 0 \end{aligned}$$

Nullstellen

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 0 &= x^2 - 6x + 5 \\ x_{1/2} &= 3 \pm \sqrt{3^2 - 5} \\ x_1 = 5 \quad &\vee \quad x_2 = 1 \end{aligned}$$

Extrempunkt
notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x - 6 \quad | +6 \\ 2x &= 6 \quad | :2 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$

$$f''(3) = 2 > 0 \qquad \Rightarrow \text{TP}$$

y-Wert: $f(x) = y$

$$f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = -4 \qquad \Rightarrow \text{TP}(3 \mid -4)$$

Wendepunkt
notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$$0 = 2 \qquad \Rightarrow \text{Widerspruch}$$

Da $f''(x) = 2$ konstant ist und nie 0 wird, besitzt die Funktion keinen Wendepunkt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) $f(x) = -x^2 + 4x + 1$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -2x + 4 \\ f''(x) &= -2 \\ f'''(x) &= 0 \end{aligned}$$

Nullstellen

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 0 &= -x^2 + 4x + 1 && | \cdot(-1) \\ &= x^2 - 4x - 1 \\ x_{1/2} &= 2 \pm \sqrt{2^2 + 1} \\ x_1 &= 2 + \sqrt{5} \approx 4.236 \quad \vee \quad x_2 = 2 - \sqrt{5} \approx -0.236 \end{aligned}$$

Extrempunkt
notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -2x + 4 && | +2x \\ 2x &= 4 && | :2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$

$$f''(2) = -2 < 0 \qquad \Rightarrow \text{HP}$$

y-Wert: $f(x) = y$

$$f(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 + 1 = 5 \qquad \Rightarrow \text{HP}(2 \mid 5)$$

Wendepunkt
notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$$0 = -2 \qquad \Rightarrow \text{Widerspruch}$$

Da $f''(x) = -2$ konstant ist und nie 0 wird, besitzt die Funktion keinen Wendepunkt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**