DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 7Ddptf

Beim Ausdauertraining wird häufig der Laktatwert im Blut beobachtet, um die Belastung besser steuern zu können. Dazu wird in bestimmten Abständen ein kleiner Blutstropfen am Ohrläppchen entnommen und der Laktatwert gemessen. Zu Beginn des Trainings bleibt der Wert meist relativ niedrig, doch mit zunehmender Intensität kann er zunächst langsam und später deutlich schneller ansteigen. Genau diese Veränderungsgeschwindigkeit ist für die Trainingssteuerung besonders wichtig: Ein schneller Anstieg kann darauf hindeuten, dass die Belastung zu hoch ist und der Körper vermehrt anaerob arbeitet.
Um den Verlauf mathematisch zu beschreiben, wird der Laktatwert als Funktion $L(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t modelliert. Dabei ist t die Trainingszeit in Minuten und $L(t)$ der Laktatwert in mmol/L. Für eine Trainingseinheit kann der Verlauf näherungsweise durch folgende ganzrationale Funktion beschrieben werden:
$L(t) = 0.0002t^3 - 0.0072t^2 + 0.0864t + 1.2 \quad (0 \leq t \leq 45)$
Damit ergibt sich zu Beginn ein niedriger Ausgangswert und im weiteren Verlauf ein zunehmend stärkerer Anstieg. Entscheidend ist nun nicht nur, welcher Laktatwert zu einem Zeitpunkt vorliegt, sondern vor allem, wie stark sich $L(t)$ genau in diesem Moment verändert. Diese momentane Änderungsrate wird im nächsten Schritt mit der Ableitung beschrieben.

Beziehen Sie sich auf die Situationsbeschreibung zum Laktatwert beim Ausdauertraining.

a) Bestimmen Sie die Ableitungsfunktion $L'(t)$.

$$L'(t) = 0.0006t^2 - 0.0144t + 0.0864$$

b) Berechnen Sie die momentane Änderungsrate des Laktatwertes zu unterschiedlichen Zeitpunkten: $t = 10$, $t = 25$ und $t = 40$.

$$\begin{aligned} L'(10) &= 0.0006 \cdot 10^2 - 0.0144 \cdot 10 + 0.0864 \\ &= 0.06 - 0.144 + 0.0864 \\ &= 0.0024 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L'(25) &= 0.0006 \cdot 25^2 - 0.0144 \cdot 25 + 0.0864 \\ &= 0.375 - 0.36 + 0.0864 \\ &= 0.1014 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L'(40) &= 0.0006 \cdot 40^2 - 0.0144 \cdot 40 + 0.0864 \\ &= 0.96 - 0.576 + 0.0864 \\ &= 0.4704 \end{aligned}$$

Der Laktatwert steigt nach 10 Minuten um 0.0024 mmol/L pro Minute, nach 25 Minuten um 0.1014 mmol/L pro Minute und nach 40 Minuten um 0.4704 mmol/L pro Minute.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) Deuten Sie die Ergebnisse im Sachzusammenhang: In welcher Phase steigt der Laktatwert am stärksten, und was kann das für die Trainingssteuerung bedeuten?

Der Laktatwert steigt bei $t = 40$ am stärksten, da dort die größte momentane Änderungsrate vorliegt.

Das bedeutet im Sachzusammenhang, dass die Belastung in dieser späten Trainingsphase besonders hoch ist. Für die Trainingssteuerung kann das ein Hinweis darauf sein, dass die Intensität reduziert oder die Belastung genauer überwacht werden sollte, damit der Körper nicht zu stark anaerob arbeitet.

d) Bestimmen Sie einen Zeitpunkt, zu dem der Laktatwert kurzfristig nicht weiter ansteigt ($L'(t) = 0$), und erläutern Sie, wie dieser Moment im Training interpretiert werden kann.

$$\begin{aligned} L'(t) &= 0 \\ 0 &= 0.0006t^2 - 0.0144t + 0.0864 \quad | :0.0006 \\ &= t^2 - 24t + 144 \\ t_{1/2} &= 12 \pm \sqrt{12^2 - 144} \\ t &= 12 \end{aligned}$$

Nur bei $t = 12$ liegt kurzfristig kein weiterer Anstieg des Laktatwertes vor. Dieser Zeitpunkt kann im Training als kurzer Moment der Stabilisierung interpretiert werden.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**