DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 6zhLKi

Ein mittelständisches Unternehmen entwickelt tragbare Solarladegeräte für mobile Endgeräte. Vor dem geplanten Markteintritt soll überprüft werden, ob sich die Produktion unter den gegebenen Rahmenbedingungen wirtschaftlich lohnt. Die Gesamterlöse bei Verkauf von x Hundert Geräten werden durch die Funktion $E(x) = -0.01x^2 + x$ beschrieben. Die Gesamtkosten der Produktion setzen sich aus Fixkosten und variablen Kosten zusammen. Sie sind durch die Funktion $K(x) = 0.3x + 6$ gegeben.

a) Ermitteln Sie auf Grundlage der Erlösfunktion eine passende Preis-Absatz-Funktion, die den Zusammenhang zwischen Preis und abgesetzter Menge beschreibt.

$$\begin{aligned} E(x) &= p(x) \cdot x \\ E(x) &= -0.01x^2 + x \\ &= (-0.01x + 1) \cdot x \\ \Rightarrow p(x) &= -0.01x + 1 \end{aligned}$$

b) Stellen Sie die Gewinnfunktion des Unternehmens auf und untersuchen Sie, für welche Produktionsmengen ein wirtschaftlicher Gewinn zu erwarten ist.

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= -0.01x^2 + x - (0.3x + 6) \\ &= -0.01x^2 + x - 0.3x - 6 \\ &= -0.01x^2 + 0.7x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x) &= 0 \\ 0 &= -0.01x^2 + 0.7x - 6 \quad | \cdot(-100) \\ 0 &= x^2 - 70x + 600 \\ x_{1/2} &= 35 \pm \sqrt{35^2 - 600} \\ x_G &= 60 \quad \vee \quad x_S = 10 \end{aligned}$$

Ein Gewinn wird im Intervall $x \in [10\,;\,60]$ erzielt, also bei 1000 bis 6000 Geräten.

c) Bestimmen Sie die Ausbringungsmenge, bei der der Gewinn maximal ist, und berechnen Sie den dazugehörigen Gewinn.

$$\begin{aligned} x_M &= 10 + \frac{60 - 10}{2} = 35 \\ G(35) &= -0.01 \cdot 35^2 + 0.7 \cdot 35 - 6 = 6.25 \end{aligned}$$

Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge liegt bei 35 ME, also 3500 Geräten. Der dazugehörige Gewinn beträgt 6.25 GE.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) Ermitteln Sie den Cournot'schen Punkt und erläutern Sie, welche Bedeutung dieser Punkt für eine wirtschaftlich sinnvolle Preisgestaltung hat.

$$p(35) = -0.01 \cdot 35 + 1 = 0.65 \quad \Rightarrow C(35 \mid 0.65)$$

Der Cournot'sche Preis liegt bei 0.65 GE, die Cournot'sche Menge bei 35 ME. Der Cournot'sche Punkt ist also $C(35 \mid 0.65)$. Der Cournot'sche Preis ist der gewinnmaximale Preis: Zu diesem Preis setzt das Unternehmen genau die gewinnmaximale Menge ab.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**