DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 6n7dff

Bestimmen Sie die obere Integralgrenze a, sodass die Gleichung stimmt.

a) $\int_0^a 2x\,dx = 25$

$$\begin{aligned}\int_0^a 2x\,dx &= \Big[x^2\Big]_0^a \\ &= a^2 - 0^2 \\ &= a^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a^2 &= 25 && |\ \sqrt{\ } \\ a_1 = 5 \quad &\vee \quad a_2 = -5\end{aligned}$$

b) $\int_1^a x^2\,dx = \frac{26}{3}$

$$\begin{aligned}\int_1^a x^2\,dx &= \left[\frac{1}{3}x^3\right]_1^a \\ &= \frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{3}\cdot 1^3 \\ &= \frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{3} &= \frac{26}{3} && |\ +\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3}a^3 &= 9 && |\ \cdot 3 \\ a^3 &= 27 && |\ \sqrt[3]{\ } \\ a &= 3\end{aligned}$$

c) $\int_{-2}^a 3x^2\,dx = 24$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^a 3x^2\,dx &= \Big[x^3\Big]_{-2}^a \\ &= a^3 - (-2)^3 \\ &= a^3 + 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a^3 + 8 &= 24 && |\ -8 \\ a^3 &= 16 && |\ \sqrt[3]{\ } \\ a &= \sqrt[3]{16} \approx 2.52\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $\int_0^a (4-x)\,dx = 6$

$$\begin{aligned}\int_0^a (4-x)\,dx &= \left[4x - 0.5x^2\right]_0^a \\ &= 4a - 0.5a^2 - 0 \\ &= -0.5a^2 + 4a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-0.5a^2 + 4a &= 6 && \mid -6 \\ -0.5a^2 + 4a - 6 &= 0 && \mid :(-0.5) \\ a^2 - 8a + 12 &= 0 \\ a_{1/2} &= 4 \pm \sqrt{4^2 - 12} \\ a_1 &= 6 \quad \vee \quad a_2 = 2\end{aligned}$$

e) $\int_2^a (x^2-1)\,dx = 0$

$$\begin{aligned}\int_2^a (x^2-1)\,dx &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x\right]_2^a \\ &= \frac{1}{3}a^3 - a - \left(\frac{1}{3}\cdot 2^3 - 2\right) \\ &= \frac{1}{3}a^3 - a - \frac{2}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}a^3 - a - \frac{2}{3} &= 0 && \mid \cdot 3 \\ a^3 - 3a - 2 &= 0 && \mid a_1 = -1\end{aligned}$$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit der Variable x dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit a rechnen.

	1	0	−3	−2
−1		−1	1	2
	1	−1	−2	0

$$\begin{aligned}0 &= a^2 - a - 2 \\ a_{2/3} &= 0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 2} \\ a_2 &= 2 \quad \vee \quad a_3 = -1\end{aligned}$$

Die Gleichung wird also für $a = 2$ und für $a = -1$ erfüllt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) $\int_{-1}^{a} x^3\,dx = 3.75$

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{a} x^3\,dx &= \Big[0.25x^4\Big]_{-1}^{a}\\ &= 0.25a^4 - 0.25\cdot(-1)^4\\ &= 0.25a^4 - 0.25\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0.25a^4 - 0.25 &= 3.75 && \mid +0.25\\ 0.25a^4 &= 4 && \mid :0.25\\ a^4 &= 16 && \mid \sqrt[4]{\ }\\ a_1 = 2 \quad &\vee \quad a_2 = -2\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**