DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 6n5iYL

In einer Spritzgussfertigung für Kunststoff-Clips (Automobil-Innenraum) ist die Ausschussquote stark von der Presskraftstufe abhängig. Für eine kurze Testreihe wird eine Kennzahl $Q(x)$ definiert:

- $Q(x) > 0$: mehr Gutteile als Ausschuss (Produktion lohnt sich)
- $Q(x) = 0$: genau „ausgeglichen“ (Grenzfall)
- $Q(x) < 0$: mehr Ausschuss als Gutteile (Produktion lohnt sich nicht)

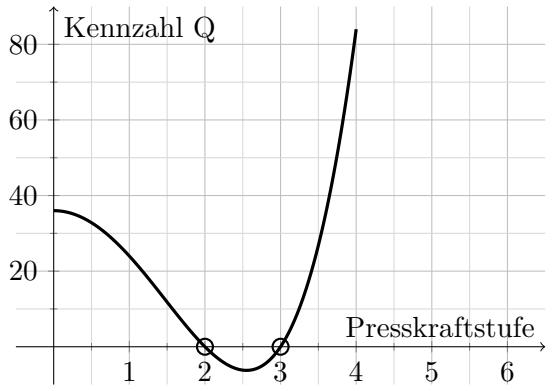
Dabei ist x die Presskraftstufe (dimensionslos) im Bereich $0 \le x \le 4$. Das Verhalten wird modellhaft beschrieben durch:
$Q(x) = x^4 - 13x^2 + 36$

a) Bestimmen Sie die Presskraftstufen x im Bereich $0 \le x \le 4$, bei denen $Q(x) = 0$. Nutzen Sie dabei die Substitution $z = x^2$.

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 13x^2 + 36 && | \; x^2 = z \\ &= z^2 - 13z + 36 \\ z_{1/2} &= 6.5 \pm \sqrt{6.5^2 - 36} \\ z_1 = 9 \quad &\vee \quad z_2 = 4 && | \; x = \sqrt{z} \\ x_1 = 3 \quad &\vee \quad x_2 = -3 \quad \vee \quad x_3 = 2 \quad \vee \quad x_4 = -2 \end{aligned}$$

Im Bereich $0 \le x \le 4$ gilt $Q(x) = 0$ für die Presskraftstufen $x = 2$ und $x = 3$.

b) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $Q(x)$ für $0 \le x \le 4$ in ein geeignetes Koordinatensystem. Markieren Sie dabei die Nullstellen aus a) und beschriften Sie die Achsen sinnvoll.



c) Leiten Sie aus Ihrem Graphen (und/oder aus den Ergebnissen aus a)) ab, in welchen Presskraftstufen-Bereichen die Produktion im Modell sinnvoll ist ($Q(x) > 0$).

Der Graph liegt für $0 \le x < 2$ und für $3 < x \le 4$ oberhalb der x-Achse, z. B. $Q(0) = 36 > 0$ und $Q(4) = 84 > 0$. Zwischen den Nullstellen liegt er darunter, z. B. $Q(2.5) \approx -6.19 < 0$.

Bei den Presskraftstufen von 0 bis unter 2 und von über 3 bis 4 gibt es mehr Gutteile als Ausschuss. Dort ist die Produktion im Modell sinnvoll.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**