DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 6Wj7nf

Bestimmen Sie den Wert der folgenden bestimmten Integrale. Geben Sie die Ergebnisse exakt an.

a) $\int_{-2}^{4} 3x\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^{4} 3x\,dx &= \Big[1.5x^2\Big]_{-2}^{4} \\ &= 1.5 \cdot 4^2 - \Big(1.5 \cdot (-2)^2\Big) \\ &= 24 - 6 \\ &= 18\end{aligned}$$

b) $\int_{0}^{5} 2x^2\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{0}^{5} 2x^2\,dx &= \left[\frac{2}{3}x^3\right]_{0}^{5} \\ &= \frac{2}{3} \cdot 5^3 - 0 \\ &= \frac{250}{3} \approx 83.333\end{aligned}$$

c) $\int_{-1}^{2} (4x^3 - 2)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{2} (4x^3 - 2)\,dx &= \Big[x^4 - 2x\Big]_{-1}^{2} \\ &= 2^4 - 2 \cdot 2 - \Big((-1)^4 - 2 \cdot (-1)\Big) \\ &= 16 - 4 - (1 + 2) \\ &= 12 - 3 \\ &= 9\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $\int_1^3 (5x^2 - x)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_1^3 (5x^2 - x)\,dx &= \left[\frac{5}{3}x^3 - 0.5x^2\right]_1^3 \\ &= \frac{5}{3}\cdot 3^3 - 0.5\cdot 3^2 - \left(\frac{5}{3}\cdot 1^3 - 0.5\cdot 1^2\right) \\ &= 45 - 4.5 - \left(\frac{5}{3} - 0.5\right) \\ &= 40.5 - \frac{7}{6} \\ &= \frac{118}{3} \approx 39.333\end{aligned}$$

e) $\int_{-3}^1 x^2\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-3}^1 x^2\,dx &= \left[\frac{1}{3}x^3\right]_{-3}^1 \\ &= \frac{1}{3}\cdot 1^3 - \left(\frac{1}{3}\cdot (-3)^3\right) \\ &= \frac{1}{3} - (-9) \\ &= \frac{28}{3} \approx 9.333\end{aligned}$$

f) $\int_{-2}^2 (x^3 + x)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^2 (x^3 + x)\,dx &= \left[0.25x^4 + 0.5x^2\right]_{-2}^2 \\ &= 0.25\cdot 2^4 + 0.5\cdot 2^2 - \left(0.25\cdot (-2)^4 + 0.5\cdot (-2)^2\right) \\ &= 4 + 2 - (4 + 2) \\ &= 6 - 6 \\ &= 0\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

g) $\int_0^4 (2x^3 - x^2)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_0^4 (2x^3 - x^2)\,dx &= \left[0.5x^4 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^4 \\ &= 0.5 \cdot 4^4 - \frac{1}{3} \cdot 4^3 - 0 \\ &= 128 - \frac{64}{3} \\ &= \frac{320}{3} \approx 106.667\end{aligned}$$

h) $\int_{-1}^1 (6x^4 - 3x^2)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-1}^1 (6x^4 - 3x^2)\,dx &= \left[1.2x^5 - x^3\right]_{-1}^1 \\ &= 1.2 \cdot 1^5 - 1^3 - \left(1.2 \cdot (-1)^5 - (-1)^3\right) \\ &= 1.2 - 1 - (-1.2 + 1) \\ &= 0.2 - (-0.2) \\ &= 0.4\end{aligned}$$

i) $\int_1^2 (x-1)(x+2)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_1^2 (x-1)(x+2)\,dx &= \int_1^2 (x^2 + 2x - x - 2)\,dx \\ &= \int_1^2 (x^2 + x - 2)\,dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 + 0.5x^2 - 2x\right]_1^2 \\ &= \frac{1}{3} \cdot 2^3 + 0.5 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 - \left(\frac{1}{3} \cdot 1^3 + 0.5 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1\right) \\ &= \frac{8}{3} + 2 - 4 - \left(\frac{1}{3} + 0.5 - 2\right) \\ &= \frac{2}{3} - \left(-\frac{7}{6}\right) \\ &= \frac{11}{6} \approx 1.833\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

j) $\int_{-2}^{0} x(x+3)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^{0} x(x+3)\,dx &= \int_{-2}^{0} (x^2+3x)\,dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3+1.5x^2\right]_{-2}^{0} \\ &= 0-\left(\frac{1}{3}\cdot(-2)^3+1.5\cdot(-2)^2\right) \\ &= 0-\left(-\frac{8}{3}+6\right) \\ &= -\frac{10}{3}\approx -3.333\end{aligned}$$

k) $\int_{0}^{3} (x^2-4x+4)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{0}^{3} (x^2-4x+4)\,dx &= \left[\frac{1}{3}x^3-2x^2+4x\right]_{0}^{3} \\ &= \frac{1}{3}\cdot 3^3-2\cdot 3^2+4\cdot 3-0 \\ &= 9-18+12 \\ &= 3\end{aligned}$$

l) $\int_{-1}^{2} (2x-1)^2\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{2} (2x-1)^2\,dx &= \int_{-1}^{2} \left((2x)^2-2\cdot 2x\cdot 1+1^2\right)\,dx \\ &= \int_{-1}^{2} (4x^2-4x+1)\,dx \\ &= \left[\frac{4}{3}x^3-2x^2+x\right]_{-1}^{2} \\ &= \frac{4}{3}\cdot 2^3-2\cdot 2^2+2-\left(\frac{4}{3}\cdot(-1)^3-2\cdot(-1)^2+(-1)\right) \\ &= \frac{32}{3}-8+2-\left(-\frac{4}{3}-2-1\right) \\ &= \frac{14}{3}-\left(-\frac{13}{3}\right) \\ &= 9\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

m) $\int_1^3 \left(\frac{1}{2}x^2+3\right)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_1^3 \left(\frac{1}{2}x^2+3\right)\,dx &= \left[\frac{1}{6}x^3+3x\right]_1^3\\ &= \frac{1}{6}\cdot 3^3+3\cdot 3-\left(\frac{1}{6}\cdot 1^3+3\cdot 1\right)\\ &= 4.5+9-\left(\frac{1}{6}+3\right)\\ &= 13.5-\frac{19}{6}\\ &= \frac{31}{3}\approx 10.333\end{aligned}$$

n) $\int_{-2}^2 \left(\frac{3}{4}x^3-2x\right)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^2 \left(\frac{3}{4}x^3-2x\right)\,dx &= \left[\frac{3}{16}x^4-x^2\right]_{-2}^2\\ &= \frac{3}{16}\cdot 2^4-2^2-\left(\frac{3}{16}\cdot(-2)^4-(-2)^2\right)\\ &= 3-4-(3-4)\\ &= -1-(-1)\\ &= 0\end{aligned}$$

o) $\int_0^6 \left(\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{2}x\right)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_0^6 \left(\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{2}x\right)\,dx &= \left[\frac{2}{9}x^3-0.25x^2\right]_0^6\\ &= \frac{2}{9}\cdot 6^3-0.25\cdot 6^2-0\\ &= 48-9\\ &= 39\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

p) $\int_{-1}^{3} \left(\frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right) dx$

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{3} \left(\frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right) dx &= \left[\frac{5}{4}x^2 - \frac{3}{2}x\right]_{-1}^{3} \\ &= \frac{5}{4} \cdot 3^2 - \frac{3}{2} \cdot 3 - \left(\frac{5}{4} \cdot (-1)^2 - \frac{3}{2} \cdot (-1)\right) \\ &= \frac{45}{4} - \frac{9}{2} - \left(\frac{5}{4} + \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{27}{4} - \frac{11}{4} \\ &= 4\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**