DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 6WPbL3

Die Firma ToolWorks AG, ein Anbieter von Spezialzangen für den Industriebereich, plant ein neues Produkt auf den Markt zu bringen. Der Verkaufspreis hängt von der produzierten Stückzahl ab und wird durch die Preis-Absatz-Funktion $p(x) = -0.2x + 22$ modelliert. Für die Produktion fallen Fixkosten in Höhe von 180 GE an. Die variablen Kosten betragen 4.1 GE pro Stück.

a) Stellen Sie die Gesamtkostenfunktion in Abhängigkeit von x auf.

$$K(x) = 4.1x + 180$$

b) Geben Sie den Bereich an, in dem das Unternehmen Gewinn erwirtschaftet.

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= p(x) \cdot x - K(x) \\ &= (-0.2x + 22) \cdot x - (4.1x + 180) \\ &= -0.2x^2 + 22x - 4.1x - 180 \\ &= -0.2x^2 + 17.9x - 180 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x) &= 0 \\ 0 &= -0.2x^2 + 17.9x - 180 \qquad | :(-0.2) \\ 0 &= x^2 - 89.5x + 900 \\ x_{1/2} &= 44.75 \pm \sqrt{44.75^2 - 900} \\ x_G &\approx 77.955 \quad \vee \quad x_S \approx 11.545 \end{aligned}$$

Das Unternehmen erwirtschaftet Gewinn für $11.545 < x < 77.955$, also bei einer Produktionsmenge von 12 bis 77 Stück.

c) Berechnen Sie, bei welcher Produktionsmenge der maximale Gewinn erzielt wird und wie der Verkaufspreis pro Stück bei dieser Menge ist.

Das Gewinnmaximum liegt in der Mitte zwischen den beiden Nullstellen der Gewinnfunktion.

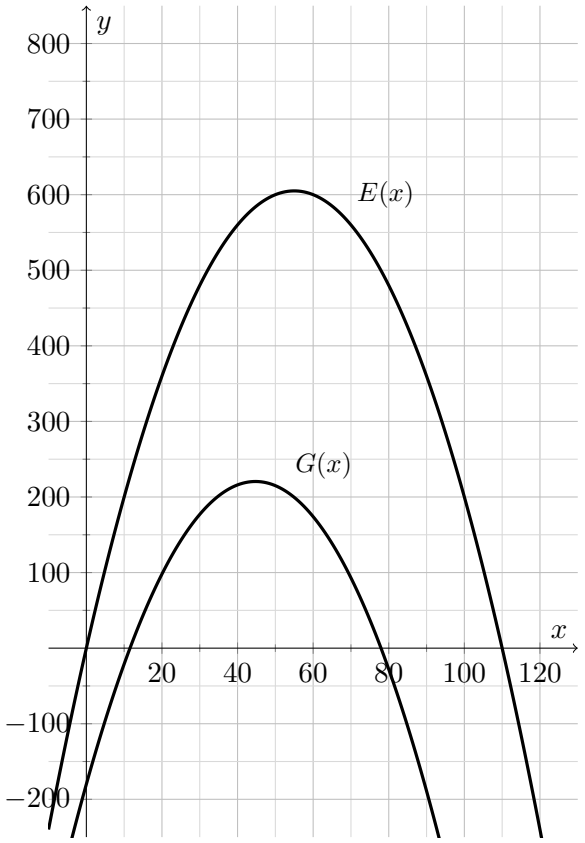
$$\begin{aligned} x_C &= 11.545 + \frac{77.955 - 11.545}{2} = 44.75 \\ p(44.75) &= -0.2 \cdot 44.75 + 22 = 13.05 \end{aligned}$$

Der maximale Gewinn wird bei einer Produktionsmenge von 44.75 Stück erzielt. Der Verkaufspreis beträgt dann 13.05 GE pro Stück.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) Stellen Sie die Erlösfunktion auf und skizzieren Sie diese im Vergleich zur Gewinnfunktion.

$$\begin{aligned} E(x) &= p(x) \cdot x \\ &= (-0.2x + 22) \cdot x \\ &= -0.2x^2 + 22x \end{aligned}$$



e) Bestimmen Sie den ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich.

$$\begin{aligned} p(x) &= 0 \\ 0 &= -0.2x + 22 \quad | +0.2x \\ 0.2x &= 22 \quad | :0.2 \\ x &= 110 \end{aligned}$$

$$D_{\text{ök}} = [0\,;\,110]$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**