# DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 6VqLpe

Gegeben ist $q(x) = -0.2x^3 + 1.5x^2 - 1.6x - 1.2$.

**a)** Bestimmen Sie alle Nullstellen von $q$.

$$\begin{aligned} q(x) &= 0 \\ 0 &= -0.2x^3 + 1.5x^2 - 1.6x - 1.2 \quad | \, x_1 = 2 \end{aligned}$$

*Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.*

$$\begin{array}{c|cccc} & -\frac{1}{5} & \frac{3}{2} & -\frac{8}{5} & -\frac{6}{5} \\ 2 & & -\frac{2}{5} & \frac{11}{5} & \frac{6}{5} \\ \hline & -\frac{1}{5} & \frac{11}{10} & \frac{3}{5} & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.2x^2 + 1.1x + 0.6 \quad | :(-0.2) \\ &= x^2 - 5.5x - 3 \\ x_{2/3} &= 2.75 \pm \sqrt{2.75^2 + 3} \\ x_2 = 6 \quad &\vee \quad x_3 = -0.5 \end{aligned}$$

**b)** Geben Sie alle drei Ableitungen an.

$$\begin{aligned} q'(x) &= -0.6x^2 + 3x - 1.6 \\ q''(x) &= -1.2x + 3 \\ q'''(x) &= -1.2 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**c)** Ermitteln Sie alle Extremstellen und Extrempunkte.

$$q'(x) = -0.6x^2 + 3x - 1.6$$
$$q''(x) = -1.2x + 3$$

notw. Bed.: $q'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.6x^2 + 3x - 1.6 && | :(-0.6) \\ &= x^2 - 5x + \frac{8}{3} \\ x_{1/2} &= 2.5 \pm \sqrt{2.5^2 - \frac{8}{3}} \\ x_1 &\approx 4.393 \quad \vee \quad x_2 \approx 0.607 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $q'(x) = 0 \quad \wedge \quad q''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} q''(4.393) &= -1.2 \cdot 4.393 + 3 = -2.272 < 0 && \Rightarrow \text{HP} \\ q''(0.607) &= -1.2 \cdot 0.607 + 3 = 2.272 > 0 && \Rightarrow \text{TP} \end{aligned}$$

y-Wert: $q(x) = y$

$$\begin{aligned} q(4.393) &\approx 3.763 && \Rightarrow \text{HP}(4.39 \mid 3.76) \\ q(0.607) &\approx -1.663 && \Rightarrow \text{TP}(0.61 \mid -1.66) \end{aligned}$$

Die Extremstellen liegen bei $x_1 \approx 4.393$ und $x_2 \approx 0.607$.

**d)** Berechnen Sie die Steigung an der Stelle $x = 2$.

$$\begin{aligned} q'(2) &= -0.6 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 1.6 \\ &= -2.4 + 6 - 1.6 \\ &= 2 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**e)** Berechnen Sie die Wendestelle(n) sowie den/die Wendepunkt(e).

$$q''(x) = -1.2x + 3$$
$$q'''(x) = -1.2$$

notw. Bed.: $q''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -1.2x + 3 && | +1.2x \\ 1.2x &= 3 && | :1.2 \\ x &= 2.5 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $q''(x) = 0 \quad \wedge \quad q'''(x) \neq 0$

$$q'''(2.5) = -1.2 \neq 0 \qquad \checkmark$$

y-Wert: $q(x) = y$

$$q(2.5) = -0.2 \cdot 2.5^3 + 1.5 \cdot 2.5^2 - 1.6 \cdot 2.5 - 1.2 = 1.05 \qquad \Rightarrow \mathrm{WP}_1(2.5 \mid 1.05)$$

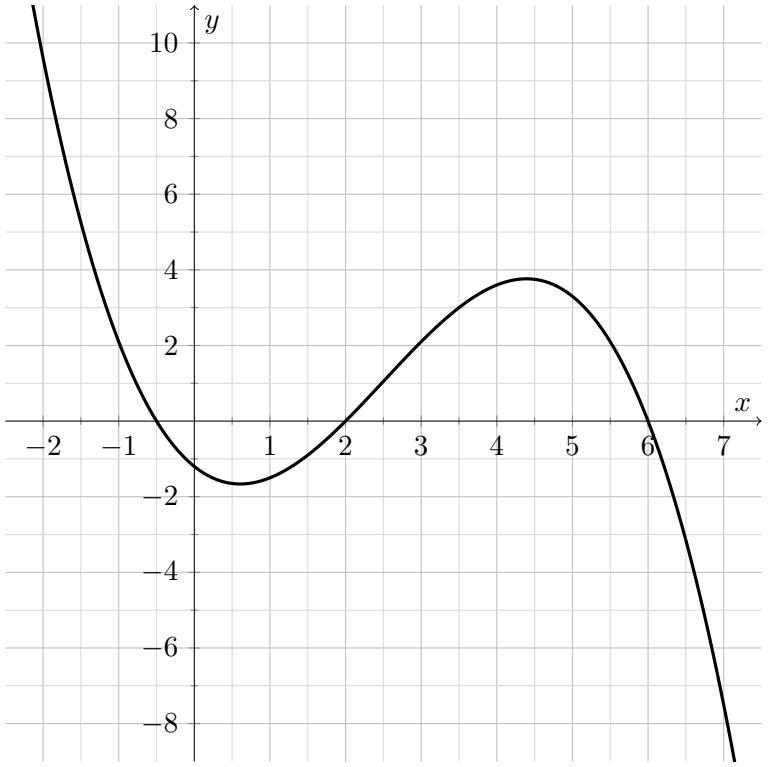
Die Wendestelle liegt bei $x = 2.5$.

**f)** Beschreiben Sie den Verlauf in Worten: Start-/Endverhalten, Anzahl der Hoch-, Tief- und Wendepunkte.

Da die Funktion dritten Grades ist und einen negativen Leitkoeffizienten besitzt, verläuft der Graph von oben nach unten.

Der Graph besitzt genau einen Hochpunkt, genau einen Tiefpunkt und genau einen Wendepunkt.

**g)** Skizzieren Sie den Graphen.




DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**