DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 6JxDXB

Lösen Sie jeweils durch Substitution und geben Sie alle reellen Nullstellen an.

a) $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 10x^2 + 9 && | \; x^2 = z \\ &= z^2 - 10z + 9 \\ z_{1/2} &= 5 \pm \sqrt{5^2 - 9} \\ z_1 = 9 \quad &\vee \quad z_2 = 1 && | \; x = \sqrt{z} \\ x_1 = 3 \quad &\vee \quad x_2 = -3 \quad \vee \quad x_3 = 1 \quad \vee \quad x_4 = -1 \end{aligned}$$

b) $g(x) = x^6 - 5x^3 + 4$

$$\begin{aligned} 0 &= x^6 - 5x^3 + 4 && | \; x^3 = z \\ &= z^2 - 5z + 4 \\ z_{1/2} &= 2.5 \pm \sqrt{2.5^2 - 4} \\ z_1 = 4 \quad &\vee \quad z_2 = 1 && | \; x = \sqrt[3]{z} \\ x_1 = \sqrt[3]{4} \approx 1.587 \quad &\vee \quad x_2 = 1 \end{aligned}$$

c) $h(x) = x^4 - 13x^2 + 36$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 13x^2 + 36 && | \; x^2 = z \\ &= z^2 - 13z + 36 \\ z_{1/2} &= 6.5 \pm \sqrt{6.5^2 - 36} \\ z_1 = 9 \quad &\vee \quad z_2 = 4 && | \; x = \sqrt{z} \\ x_1 = 3 \quad &\vee \quad x_2 = -3 \quad \vee \quad x_3 = 2 \quad \vee \quad x_4 = -2 \end{aligned}$$

d) $i(x) = x^6 - 10x^3 + 9$

$$\begin{aligned} 0 &= x^6 - 10x^3 + 9 && | \; x^3 = z \\ &= z^2 - 10z + 9 \\ z_{1/2} &= 5 \pm \sqrt{5^2 - 9} \\ z_1 = 9 \quad &\vee \quad z_2 = 1 && | \; x = \sqrt[3]{z} \\ x_1 = \sqrt[3]{9} \approx 2.080 \quad &\vee \quad x_2 = 1 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $j(x) = 2x^4 - 18x^2 + 40$

$$\begin{aligned}
0 &= 2x^4 - 18x^2 + 40 && | :2 \\
&= x^4 - 9x^2 + 20 && | x^2 = z \\
&= z^2 - 9z + 20 \\
z_{1/2} &= 4.5 \pm \sqrt{4.5^2 - 20} \\
z_1 = 5 \quad \vee \quad z_2 &= 4 && | x = \sqrt{z} \\
x_1 = \sqrt{5} \approx 2.236 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{5} \approx -2.236 \quad &\vee \quad x_3 = 2 \quad \vee \quad x_4 = -2
\end{aligned}$$

f) $k(x) = x^4 + 2x^2 - 15$

$$\begin{aligned}
0 &= x^4 + 2x^2 - 15 && | x^2 = z \\
&= z^2 + 2z - 15 \\
z_{1/2} &= -1 \pm \sqrt{1^2 + 15} \\
z_1 = 3 \quad \vee \quad z_2 &= -5 && | x = \sqrt{z} \\
x_1 = \sqrt{3} \approx 1.732 \quad &\vee \quad x_2 = -\sqrt{3} \approx -1.732
\end{aligned}$$

Für $z_2 = -5 < 0$ gibt es keine reellen Lösungen.

g) $l(x) = x^6 - 13x^3 + 36$

$$\begin{aligned}
0 &= x^6 - 13x^3 + 36 && | x^3 = z \\
&= z^2 - 13z + 36 \\
z_{1/2} &= 6.5 \pm \sqrt{6.5^2 - 36} \\
z_1 = 9 \quad \vee \quad z_2 &= 4 && | x = \sqrt[3]{z} \\
x_1 = \sqrt[3]{9} \approx 2.080 \quad &\vee \quad x_2 = \sqrt[3]{4} \approx 1.587
\end{aligned}$$

h) $m(x) = 3x^4 - 12x^2 + 12$

$$\begin{aligned}
0 &= 3x^4 - 12x^2 + 12 && | :3 \\
&= x^4 - 4x^2 + 4 && | x^2 = z \\
&= z^2 - 4z + 4 \\
z_{1/2} &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 4} \\
z_1 = 2 & && | x = \sqrt{z} \\
x_1 = \sqrt{2} \approx 1.414 \quad &\vee \quad x_2 = -\sqrt{2} \approx -1.414
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

i) $n(x) = x^4 - 2x^2 - 8$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 2x^2 - 8 && | \, x^2 = z \\ &= z^2 - 2z - 8 \\ z_{1/2} &= 1 \pm \sqrt{1^2 + 8} \\ z_1 = 4 \quad &\vee \quad z_2 = -2 && | \, x = \sqrt{z} \\ x_1 = 2 \quad &\vee \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

Für $z_2 = -2 < 0$ gibt es keine reellen Lösungen.

j) $o(x) = x^6 - 4x^3 - 12$

$$\begin{aligned} 0 &= x^6 - 4x^3 - 12 && | \, x^3 = z \\ &= z^2 - 4z - 12 \\ z_{1/2} &= 2 \pm \sqrt{2^2 + 12} \\ z_1 = 6 \quad &\vee \quad z_2 = -2 && | \, x = \sqrt[3]{z} \\ x_1 = \sqrt[3]{6} \approx 1.817 \quad &\vee \quad x_2 = \sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2} \approx -1.260 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**