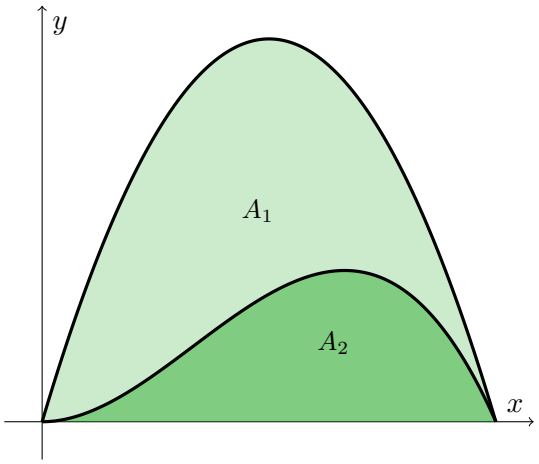
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 5ydNGf

Die Graphen der Funktionen

$$f(x) = -\frac{9}{8}x^2 + \frac{27}{4}x \qquad \text{und} \qquad g(x) = -\frac{1}{8}x^2(x-6)$$

schließen zusammen mit der x-Achse zwei Teilflächen A_1 und A_2 ein. Weisen Sie nach, dass die Flächeninhalte von A_1 und A_2 im Verhältnis $2:1$ stehen.



Nullstellen der beiden Funktionen:

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{9}{8}x^2 + \frac{27}{4}x \\ &= x\left(-\frac{9}{8}x + \frac{27}{4}\right) \quad | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{9}{8}x + \frac{27}{4} && | \; +\frac{9}{8}x \\ \frac{9}{8}x &= \frac{27}{4} && | \; :\frac{9}{8} \\ x_2 &= 6 \end{aligned}$$

$$0 = -\frac{1}{8}x^2(x-6) \qquad | \; x_1 = 0$$

$$\begin{aligned} 0 &= x - 6 && | \; +6 \\ x_2 &= 6 \end{aligned}$$

Beide Graphen verlaufen also von $x = 0$ bis $x = 6$ oberhalb der x-Achse. Die Fläche unter f besteht aus A_1 und A_2:

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 &= \int_0^6 \left(-\frac{9}{8}x^2 + \frac{27}{4}x\right) dx \\ &= \left[-\frac{3}{8}x^3 + \frac{27}{8}x^2\right]_0^6 \\ &= -\frac{3}{8} \cdot 6^3 + \frac{27}{8} \cdot 6^2 - 0 \\ &= -81 + 121.5 \\ &= 40.5 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Die Fläche unter g ist A_2:

$$\begin{aligned}
A_2 &= \int_0^6 \left(-\frac{1}{8}x^2(x-6)\right)\,dx \\
&= \int_0^6 \left(-\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{4}x^2\right)\,dx \\
&= \left[-\frac{1}{32}x^4 + \frac{1}{4}x^3\right]_0^6 \\
&= -\frac{1}{32}\cdot 6^4 + \frac{1}{4}\cdot 6^3 - 0 \\
&= -40.5 + 54 \\
&= 13.5
\end{aligned}$$

Damit gilt für die Fläche zwischen den beiden Graphen:

$$A_1 = (A_1 + A_2) - A_2 = 40.5 - 13.5 = 27$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{27}{13.5} = \frac{2}{1}$$

Die Flächeninhalte von A_1 und A_2 stehen also im Verhältnis $2:1$.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**