DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 4syX8p

Durch vulkanische Prozesse sind in der Karibik im Laufe vieler Jahrhunderte zwei neue Inseln entstanden. Ihr Höhenprofil ober- und unterhalb des Meeresspiegels lässt sich näherungsweise durch die Funktion $f(x) = -\frac{1}{50}x^4 + \frac{9}{40}x^2 - \frac{81}{200}$ beschreiben. Dabei steht x für die horizontale Entfernung (in 100 m) und $f(x)$ für die Höhe relativ zum Meeresspiegel (in 100 m).
Bestimmen Sie die zurückzulegende Strecke, die ein Schwimmer von der einen zur anderen Insel schwimmen müsste.

$$\begin{aligned}
0 &= -\frac{1}{50}x^4 + \frac{9}{40}x^2 - \frac{81}{200} && \left| : \left(-\frac{1}{50}\right)\right. \\
&= x^4 - 11.25x^2 + 20.25 && | \; x^2 = z \\
&= z^2 - 11.25z + 20.25 \\
z_{1/2} &= 5.625 \pm \sqrt{5.625^2 - 20.25} \\
z_1 = 9 \quad &\vee \quad z_2 = 2.25 && | \; x = \sqrt{z} \\
x_1 = 3 \quad &\vee \quad x_2 = -3 \quad \vee \quad x_3 = 1.5 \quad \vee \quad x_4 = -1.5
\end{aligned}$$

$$f(0) = -\frac{81}{200} = -0.405 < 0$$

$$f(2) = -\frac{1}{50} \cdot 2^4 + \frac{9}{40} \cdot 2^2 - \frac{81}{200} = 0.175 > 0$$

Die beiden Inseln liegen über dem Meeresspiegel in den Intervallen $[-3\,;\,-1.5]$ und $[1.5\,;\,3]$. Dazwischen liegt Wasser. Für die Schwimmstrecke gilt:

$$\begin{aligned}
d &= 1.5 - (-1.5) = 3 \\
3 \cdot 100\,\text{m} &= 300\,\text{m}
\end{aligned}$$

Der Schwimmer müsste also 300 m schwimmen.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**