DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 4cy2hn

Bestimmen Sie die folgenden bestimmten Integrale. Geben Sie exakte Werte an.

a) $\int_0^4 (3x^2 - 2x)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_0^4 (3x^2 - 2x)\,dx &= \Big[x^3 - x^2\Big]_0^4 \\ &= 4^3 - 4^2 - \Big(0^3 - 0^2\Big) \\ &= 64 - 16 - 0 \\ &= 48\end{aligned}$$

b) $\int_{-2}^1 (2x^3 + 1)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^1 (2x^3 + 1)\,dx &= \Big[0.5x^4 + x\Big]_{-2}^1 \\ &= 0.5 \cdot 1^4 + 1 - \Big(0.5 \cdot (-2)^4 + (-2)\Big) \\ &= 0.5 + 1 - (8 - 2) \\ &= 1.5 - 6 \\ &= -4.5\end{aligned}$$

c) $\int_1^3 (x^2 - 4x + 5)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_1^3 (x^2 - 4x + 5)\,dx &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 5x\right]_1^3 \\ &= \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 2 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 - \left(\frac{1}{3} \cdot 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1\right) \\ &= 9 - 18 + 15 - \left(\frac{1}{3} - 2 + 5\right) \\ &= 6 - \frac{10}{3} \\ &= \frac{8}{3} \approx 2.667\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $\int_{-1}^{2}(5-x^3)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{2}(5-x^3)\,dx &= \Big[-0.25x^4+5x\Big]_{-1}^{2}\\ &= -0.25\cdot 2^4+5\cdot 2-\Big(-0.25\cdot(-1)^4+5\cdot(-1)\Big)\\ &= -4+10-(-0.25-5)\\ &= 6-(-5.25)\\ &= 11.25\end{aligned}$$

e) $\int_{0}^{2}(0.5x^4-3x)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{0}^{2}(0.5x^4-3x)\,dx &= \Big[0.1x^5-1.5x^2\Big]_{0}^{2}\\ &= 0.1\cdot 2^5-1.5\cdot 2^2-\Big(0.1\cdot 0^5-1.5\cdot 0^2\Big)\\ &= 3.2-6-0\\ &= -2.8\end{aligned}$$

f) $\int_{-3}^{0}(x^2+2x)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-3}^{0}(x^2+2x)\,dx &= \left[\frac{1}{3}x^3+x^2\right]_{-3}^{0}\\ &= \frac{1}{3}\cdot 0^3+0^2-\left(\frac{1}{3}\cdot(-3)^3+(-3)^2\right)\\ &= 0-(-9+9)\\ &= 0\end{aligned}$$

g) $\int_{2}^{5}(4x-6)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{2}^{5}(4x-6)\,dx &= \Big[2x^2-6x\Big]_{2}^{5}\\ &= 2\cdot 5^2-6\cdot 5-\Big(2\cdot 2^2-6\cdot 2\Big)\\ &= 50-30-(8-12)\\ &= 20-(-4)\\ &= 24\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

h) $\int_{-2}^{2}(x^3-3x)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^{2}(x^3-3x)\,dx &= \Big[0.25x^4-1.5x^2\Big]_{-2}^{2}\\ &= 0.25\cdot 2^4-1.5\cdot 2^2-\Big(0.25\cdot(-2)^4-1.5\cdot(-2)^2\Big)\\ &= 4-6-(4-6)\\ &= -2-(-2)\\ &= 0\end{aligned}$$

Da die Funktion punktsymmetrisch zum Ursprung ist, heben sich die Teilflächen links und rechts der y-Achse im Integral auf.

i) $\int_{-5}^{-2}(0.25x^2+2x-3)\,dx$

$$\begin{aligned}\int_{-5}^{-2}(0.25x^2+2x-3)\,dx &= \left[\frac{1}{12}x^3+x^2-3x\right]_{-5}^{-2}\\ &= \frac{1}{12}\cdot(-2)^3+(-2)^2-3\cdot(-2)-\left(\frac{1}{12}\cdot(-5)^3+(-5)^2-3\cdot(-5)\right)\\ &= -\frac{2}{3}+4+6-\left(-\frac{125}{12}+25+15\right)\\ &= \frac{28}{3}-\frac{355}{12}\\ &= -\frac{81}{4}=-20.25\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**