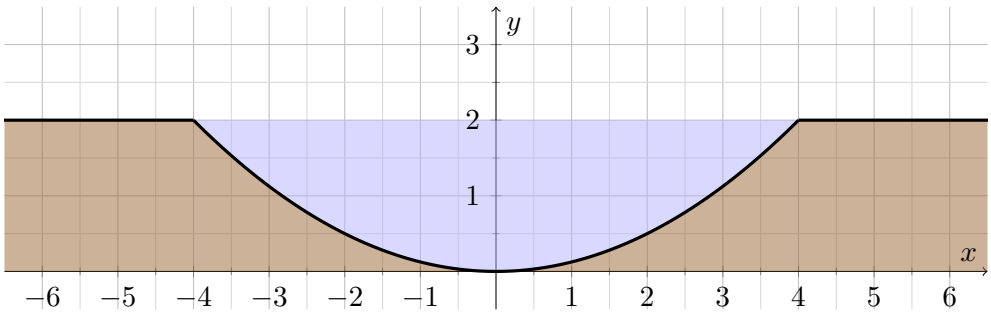
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 4DceM5

Der Grund eines 2 km langen Kanals hat die Form einer Parabel. Eine Einheit entspricht einem Meter.



a) Berechnen Sie den Querschnitt des Kanals.

Aus dem Graphen kann abgelesen werden, dass es sich um eine achsensymmetrische Parabel mit dem Scheitelpunkt $S(0 \mid 0)$ handelt. Daher hat sie die Form $f(x) = ax^2$.

Außerdem liegt der Punkt $P(4 \mid 2)$ auf dem Graphen. Also gilt:

$$\begin{aligned} f(4) &= 2 \\ a \cdot 4^2 &= 2 \qquad\qquad | :16 \\ a &= \frac{1}{8} = 0.125 \\ \Rightarrow f(x) &= 0.125x^2 \end{aligned}$$

Die obere Begrenzung des Kanals ist die Gerade $g(x) = 2$. Gesucht ist also die Fläche zwischen $g(x) = 2$ und $f(x) = 0.125x^2$ im Intervall $[-4; 4]$.

Zunächst wird die Fläche unter der Parabel bestimmt. Da die Funktion achsensymmetrisch zur y-Achse ist, gilt:

$$\begin{aligned} A_f &= 2 \int_0^4 0.125x^2 \, dx \\ &= 2 \left[\frac{1}{24} x^3 \right]_0^4 \\ &= 2 \left(\frac{1}{24} \cdot 4^3 - 0 \right) \\ &= 2 \cdot \frac{8}{3} = \frac{16}{3} \end{aligned}$$

Die Fläche des umschließenden Rechtecks beträgt $A_R = 8 \cdot 2 = 16$. Damit ergibt sich für den Querschnitt des Kanals:

$$A = A_R - A_f = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3} \approx 10.667$$

Der Querschnitt des Kanals beträgt also $\frac{32}{3}\,\mathrm{m}^2 \approx 10.67\,\mathrm{m}^2$.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Wie viel Tonnen Wasser befindet sich im Kanal, wenn er ganz gefüllt ist?

Der Kanal ist 2 km = 2000 m lang.

$$\begin{aligned} V &= A \cdot 2000 \\ &= \frac{32}{3} \cdot 2000 \\ &= \frac{64\,000}{3} \approx 21\,333.333 \end{aligned}$$

Im vollständig gefüllten Kanal befinden sich also etwa $21\,333\,\text{m}^3$ Wasser. Da $1\,\text{m}^3$ Wasser etwa 1 t wiegt, sind das etwa 21 333 t Wasser.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**