DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 3fpvfs

Die Firma Osterhase GmbH stellt Schokoladen-Osterhasen her. Die Preis-Absatz-Funktion ist durch $p(x) = -0.2x + 8$ gegeben und die Produktionskosten lassen sich mit der linearen Kostenfunktion $K(x) = x + 12$ beschreiben. Dabei bezeichnet x die produzierte und verkaufte Menge in Mengeneinheiten (ME), und alle Beträge sind in Geldeinheiten (GE) angegeben.

a) Wie groß ist die Sättigungsmenge (in ME)?

$$\begin{aligned} p(x) &= 0 \\ 0 &= -0.2x + 8 \quad | +0.2x \\ 0.2x &= 8 \quad | :0.2 \\ x &= 40 \end{aligned}$$

Die Sättigungsmenge beträgt 40 ME.

b) Wie lautet der ökonomisch sinnvolle Definitionsbereich für die Absatzmenge?

$$D_{\text{ök}} = [0 \ ; \ 40]$$

c) Bestimmen Sie die Erlösfunktion $E(x)$.

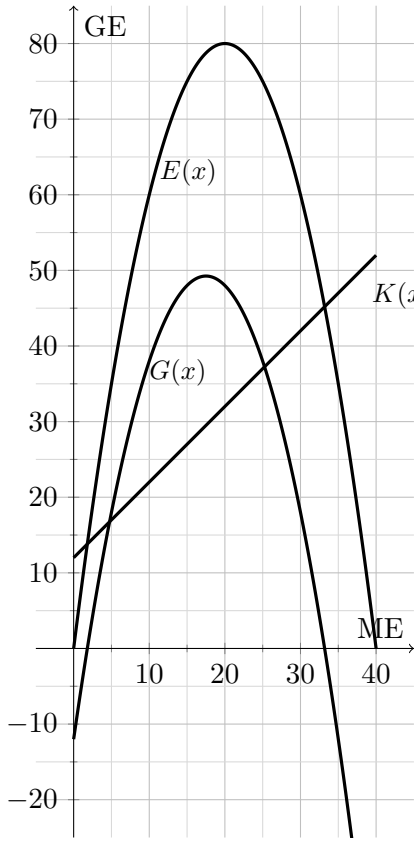
$$\begin{aligned} E(x) &= p(x) \cdot x \\ &= (-0.2x + 8) \cdot x \\ &= -0.2x^2 + 8x \end{aligned}$$

d) Bestimmen Sie die Gewinnfunktion $G(x)$.

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= -0.2x^2 + 8x - (x + 12) \\ &= -0.2x^2 + 8x - x - 12 \\ &= -0.2x^2 + 7x - 12 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) Zeichnen Sie die Funktionen $E(x)$, $K(x)$ und $G(x)$ in ein geeignetes Koordinatensystem. (Koordinatensystem: x-Achse: $0 \leq x \leq 40$, y-Achse: $-20 \leq y \leq 80$)



f) Berechnen Sie die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze.

$$
\begin{aligned}
G(x) &= 0 \\
0 &= -0.2x^2 + 7x - 12 \qquad | :(-0.2) \\
0 &= x^2 - 35x + 60 \\
x_{1/2} &= 17.5 \pm \sqrt{17.5^2 - 60} \\
x_1 \approx 33.192 \quad &\vee \quad x_2 \approx 1.808
\end{aligned}
$$

Die Gewinnschwelle liegt bei $x_S \approx 1.81$ ME, die Gewinngrenze bei $x_G \approx 33.19$ ME.

g) Wie hoch ist der maximale Gewinn (in GE)?

Wegen der Symmetrie der Parabel liegt das Maximum in der Mitte zwischen Gewinnschwelle und Gewinngrenze.

$$
\begin{aligned}
x_M &= 1.808 + \frac{33.192 - 1.808}{2} = 17.5 \\
G(17.5) &= -0.2 \cdot 17.5^2 + 7 \cdot 17.5 - 12 = 49.25
\end{aligned}
$$

Der maximale Gewinn liegt bei 49.25 GE.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

h) In welcher Preisspanne erzielt die Osterhase GmbH einen Gewinn?

$$p(1.808) = -0.2 \cdot 1.808 + 8 \approx 7.64$$
$$p(33.192) = -0.2 \cdot 33.192 + 8 \approx 1.36$$

Innerhalb der Preisspanne von 1.36 GE und 7.64 GE wird Gewinn erzielt.

i) Welcher Verkaufspreis entspricht dem Punkt des maximalen Gewinns?

$$p(17.5) = -0.2 \cdot 17.5 + 8 = 4.5$$

Bei einem Verkaufspreis von 4.5 GE wird maximaler Gewinn erzielt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**