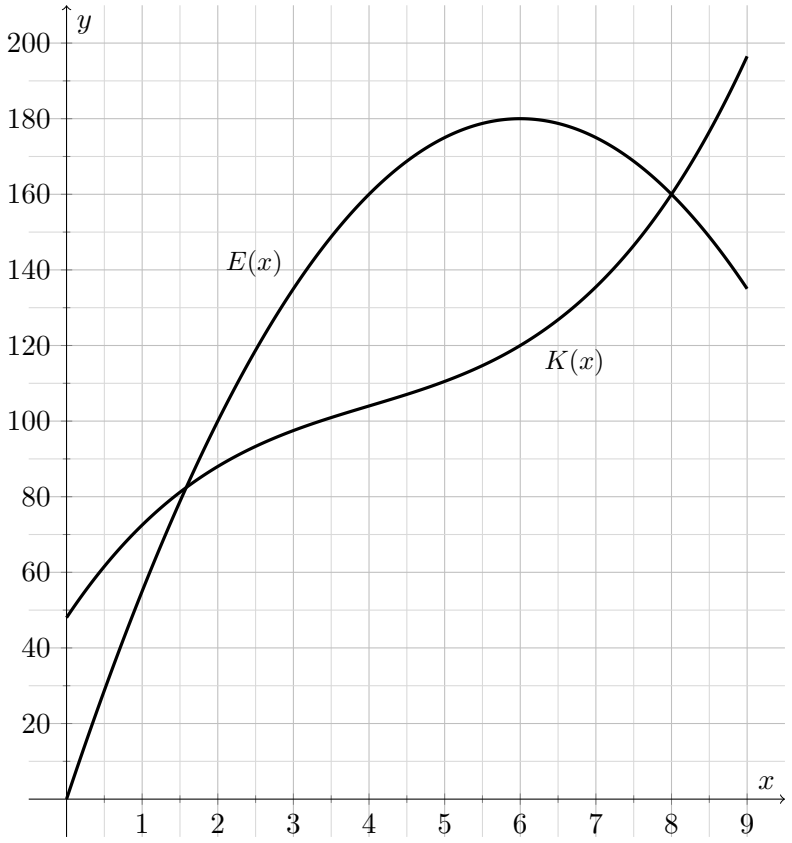
# DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 3YKuVi

Ein Unternehmen ist Monopolist. Der Preis $p$ hängt von der nachgefragten Menge $x$ (in ME) ab: $p(x) = -5x + 60 \quad (0 \leq x \leq 12)$. Die Gesamtkosten betragen $K(x) = 0.5x^3 - 6x^2 + 30x + 48$ (in GE).

**a)** Zeichnen Sie die Kostenfunktion $K$ und die Erlösfunktion $E$ in ein Koordinatensystem.

$$\begin{aligned} E(x) &= x \cdot p(x) \\ &= x(-5x + 60) \\ &= -5x^2 + 60x \end{aligned}$$




DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**b)** Die Gewinngrenze liegt bei $x = 8$. Geben Sie den zugehörigen Break-Even-Point an.

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= (-5x^2 + 60x) - (0.5x^3 - 6x^2 + 30x + 48) \\ &= -5x^2 + 60x - 0.5x^3 + 6x^2 - 30x - 48 \\ &= -0.5x^3 + x^2 + 30x - 48 \end{aligned}$$

Da die Gewinngrenze bei $x = 8$ liegt, ist $x_1 = 8$ eine Nullstelle von $G$.

$$0 = -0.5x^3 + x^2 + 30x - 48 \quad | \, x_1 = 8$$

*Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $-\frac{1}{2}$ | $1$ | $30$ | $-48$ |
| $8$ | | $-4$ | $-24$ | $48$ |
| | $-\frac{1}{2}$ | $-3$ | $6$ | $0$ |

$$\begin{aligned} 0 &= -0.5x^2 - 3x + 6 && | \, :(-0.5) \\ &= x^2 + 6x - 12 \\ x_{2/3} &= -3 \pm \sqrt{3^2 + 12} \\ x_2 &\approx 1.583 \quad \vee \quad x_3 \approx -7.583 \end{aligned}$$

Im Sachzusammenhang ($0 \leq x \leq 12$) liegt die Gewinnschwelle bei $x_2 \approx 1.583$. Den zugehörigen y-Wert berechnet man mit der Erlösfunktion:

$$E(1.583) = -5 \cdot 1.583^2 + 60 \cdot 1.583 \approx 82.451 \qquad \Rightarrow \text{BEP}(1.58 \mid 82.45)$$

**c)** Bestimmen Sie die Sättigungsmenge.

Die Sättigungsmenge liegt dort, wo der Preis 0 ist:

$$\begin{aligned} p(x) &= 0 \\ 0 &= -5x + 60 && | \, +5x \\ 5x &= 60 && | \, :5 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

Die Sättigungsmenge beträgt 12 ME.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**d)** Bei welcher Stückzahl ist der Gewinn am größten?

$$G'(x) = -1.5x^2 + 2x + 30$$
$$G''(x) = -3x + 2$$

notw. Bed.: $G'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -1.5x^2 + 2x + 30 && | :(-1.5) \\ &= x^2 - \frac{4}{3}x - 20 \\ x_{1/2} &= \frac{2}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 20} \\ x_1 &\approx 5.188 \quad \vee \quad x_2 \approx -3.855 \end{aligned}$$

Im Sachzusammenhang ist nur $x_1 \approx 5.188$ relevant.

hinr. Bed.: $G'(x) = 0 \quad \wedge \quad G''(x) \neq 0$

$$G''(5.188) = -3 \cdot 5.188 + 2 = -13.564 < 0 \qquad \Rightarrow \text{HP}$$

y-Wert: $G(x) = y$

$$G(5.188) = -0.5 \cdot 5.188^3 + 5.188^2 + 30 \cdot 5.188 - 48 \approx 64.737 \qquad \Rightarrow \text{HP}(5.19 \mid 64.74)$$

Der Gewinn ist bei einer Stückzahl von etwa 5.19 ME am größten. Er beträgt dort etwa 64.74 GE.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**