DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe 3RzfTW

Eine Sanduhr enthält $0.2\,\text{cm}^3$ Sand. Durch den Engpass rieseln pro Sekunde $0.4\,\text{mm}^3$ Sand von der oberen in die untere Kammer.

a) Nach wie vielen Minuten ist die Hälfte des Sandes nach unten gerieselt?

Die Mengenangaben werden auf eine Einheit umgerechnet. Ob mm^3 oder cm^3 verwendet wird, spielt dabei keine Rolle. Im Folgenden werden mm^3 verwendet.

$$0.2\,\text{cm}^3 = 0.2 \cdot 1\,000\,\text{mm}^3 = 200\,\text{mm}^3$$

x: Zeit in Sekunden, $s(x)$: Sandmenge in der oberen Kammer in mm^3

$$\begin{aligned} s(x) &= -0.4x + 200 \\ s(x) &= \frac{200}{2} = 100 \\ -0.4x + 200 &= 100 && \mid -200 \\ -0.4x &= -100 && \mid :(-0.4) \\ x &= 250 \end{aligned}$$

$$250\,\text{s} = \frac{250}{60}\,\text{min} \approx 4.167\,\text{min}$$

Nach 250 Sekunden, also nach ca. 4.167 Minuten (4 min 10 s), ist die Hälfte des Sandes nach unten gerieselt.

b) Wie lange dauert es, bis 90 % des Sandes von oben nach unten gerieselt ist?

$s(x)$ gibt die Menge an Sand in der oberen Kammer an. Wenn 90 % nach unten gerieselt sind, verbleiben noch 10 % in der oberen Kammer.

$$10\,\%\text{ von }200\,\text{mm}^3\text{:}\quad 200 \cdot 0.1 = 20$$

$$\begin{aligned} s(x) &= 20 \\ -0.4x + 200 &= 20 && \mid -200 \\ -0.4x &= -180 && \mid :(-0.4) \\ x &= 450 \end{aligned}$$

$$450\,\text{s} = \frac{450}{60}\,\text{min} = 7.5\,\text{min}$$

Nach 450 Sekunden, also nach 7.5 Minuten (7 min 30 s), sind 90 % des Sandes nach unten gerieselt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**